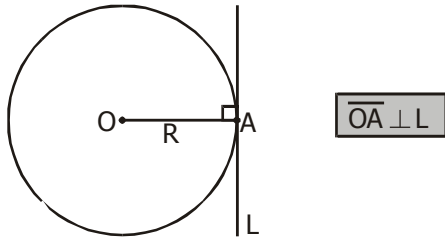
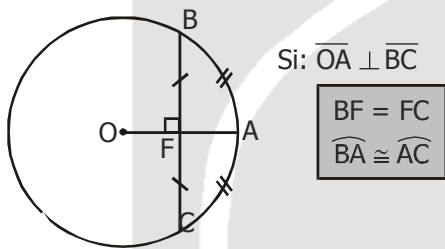


Propiedades:

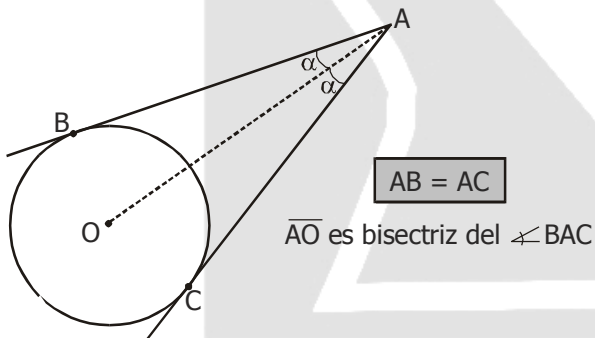
1. El radio es perpendicular a toda recta tangente en su punto de tangencia



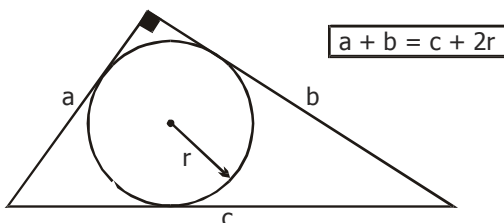
2. Si un radio es perpendicular a una cuerda, el radio pasa por el punto medio de la cuerda y del arco correspondiente a la cuerda.



3. Por un punto exterior se trazan dos tangentes a una circunferencia, las cuales son congruentes.

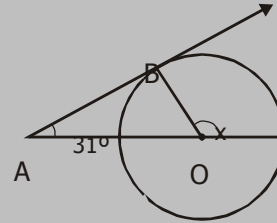


TEOREMA DE PONCELET.-



Problemas resueltos

1. Calcular "x" en la siguiente figura:



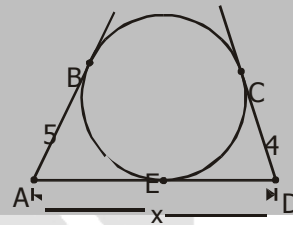
Solución:

$$\Rightarrow \overline{OB} \perp \overline{AB} \text{ (Propiedad 1)}$$

$$\Rightarrow 31^\circ + 90^\circ = x$$

$$121^\circ = x$$

2. Hallar la medida de "AD"



Solución:

$$AB = AE = 5 \text{ (propiedad 3)}$$

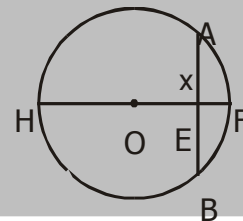
$$CD = DE = 4 \text{ (propiedad 3)}$$

$$x = AE + ED$$

$$x = 5 + 4$$

$$x = 9$$

3. Si: $\overline{HF} \perp \overline{AB}$ y $AB = 22$, calcular "x"



Solución:

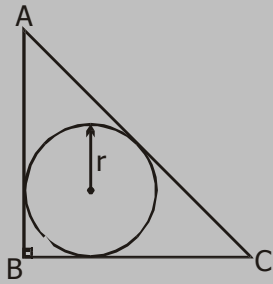
$$\overline{OF} \perp \overline{AB}$$

"E" es punto medio de \overline{AB} (propiedad 2)

$$AE = EB = x$$

$$x = 11$$

5. Si: $AB = 4$ y $BC = 3$, calcular "r"



Solución:

$$AB^2 + BC^2 = AC^2 \text{ (Teorema Pitágoras)}$$

$$4^2 + 3^2 = AC^2$$

$$5 = AC$$

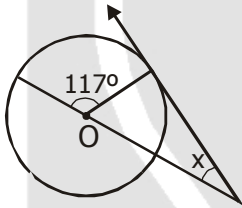
$$AB + BC = AC + 2r \text{ (Teorema Poncelet)}$$

$$4 + 3 = 5 + 2r$$

$$1 = r$$

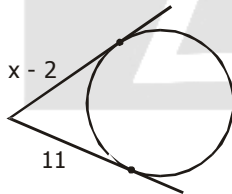
Problemas para la clase

1. Calcular "x", si "O" es centro.



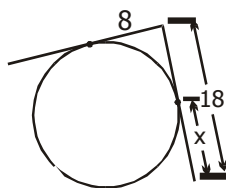
- a) 20° b) 27° c) 35°
 d) 60° e) 37°

2. Calcular "x"



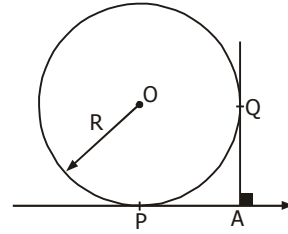
- a) 15 b) 20 c) 16
 d) 14 e) 13

3. Calcular "x"



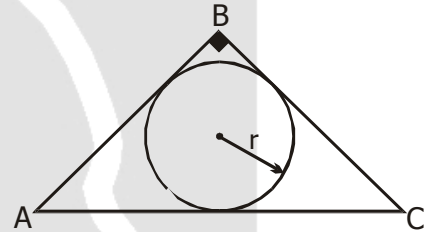
- a) 12 b) 13 c) 14
 d) 10 e) 11

4. En el gráfico P y Q son puntos de tangencia. $R = 3u$
 Hallar la medida de \overline{OA} .



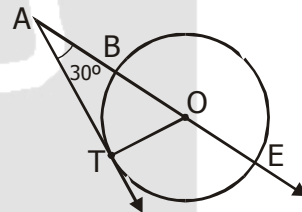
- a) $\sqrt{3}$ b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ c) $3\sqrt{2}$
 d) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ e) $\sqrt{6}$

5. Si: $AB = 5$ y $BC = 12$, calcular "r"



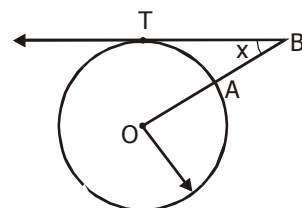
- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) 5

6. Si: $AT = 6\sqrt{3}$, calcular "OE" si "O" es centro.



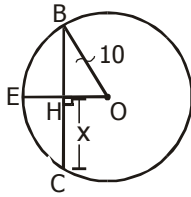
- a) $2\sqrt{3}$ b) 3 c) $\sqrt{3}$
 d) 6 e) $3\sqrt{3}$

7. Calcular "x", si: $OA = AB$



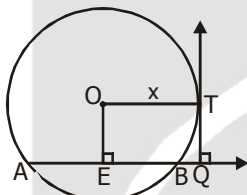
- a) 60° b) 15° c) 45°
 d) 30° e) 37°

8. Si: $m\angle HBO = 37^\circ$, calcular "x"



- a) 4 b) 6 c) 8
d) 7 e) 5

9. Si: $AE = 5$ y $BQ = 3$, hallar la medida de " \overline{OT} "

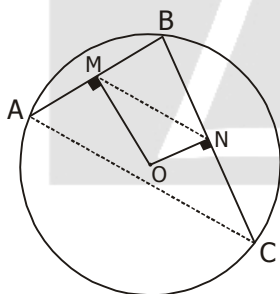


- a) 15 b) 8 c) 6
d) 5 e) 9

10. En un triángulo rectángulo los catetos suman 30 y su inradio mide 8, calcular la hipotenusa.

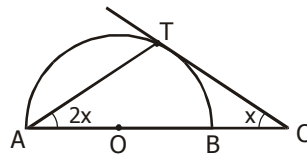
- a) 11 b) 12 c) 13
d) 14 e) 15

11. Si: "O" es centro y $AC = 12\sqrt{6}$
Calcular MN.



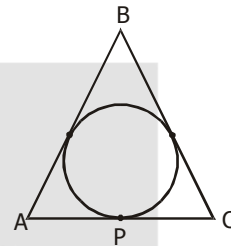
- a) $8\sqrt{6}$ b) 12 c) 6
d) $6\sqrt{6}$ e) $4\sqrt{6}$

12. Calcular "x", si "T" es punto de tangencia y "O" es centro.



- a) 15° b) 17° c) 18°
d) 20° e) 19°

13. Calcular "AP", si: $AB = 7$; $BC = 8$ y $AC = 9$

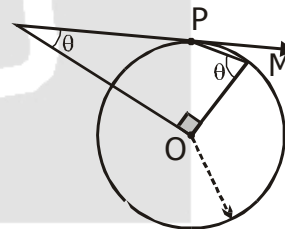


- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

14. El perímetro de un triángulo rectángulo es $24u$ y su inradio mide $2u$, calcular la hipotenusa.

- a) $12u$ b) 10 c) 13
d) 14 e) 18

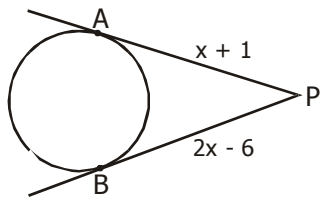
15. Calcular " θ ", si "P" es punto de tangencia.



- a) 30° b) 45° c) 60°
d) 37° e) 53°

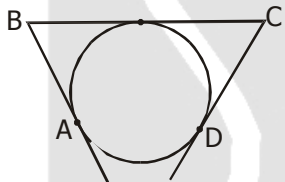
Autoevaluación

1. Calcular "x"



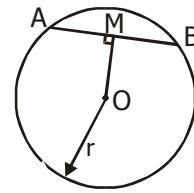
- a) 7 b) 8 c) 9
d) 6 e) 5

2. Calcular "BC", si: $AB = 5$ y $CD = 8$



- a) 11 b) 12 c) 13
d) 14 e) 15

3. Calcular "r", si: $OM = 3$ y $AM = 4$



- a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 6

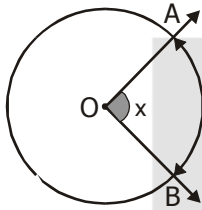
4. El perímetro de un triángulo rectángulo es de $30u$. Calcular la suma de la hipotenusa y el inradio.

- a) $15u$ b) 16 c) 18
d) 14 e) 17

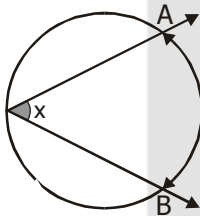
Circunferencia II

ÁNGULOS EN LA CIRCUNFERENCIA

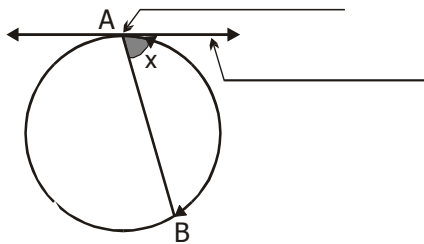
1. **Ángulo central:**



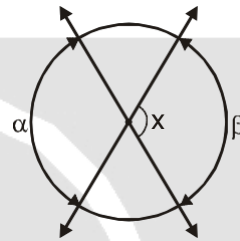
2. **Ángulo inscrito:**



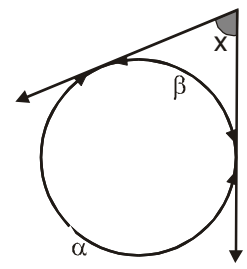
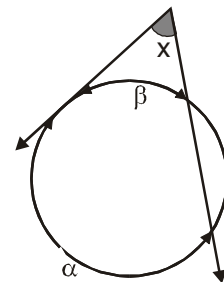
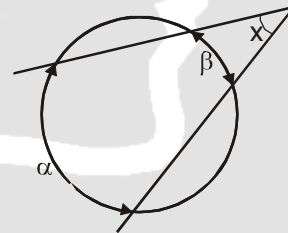
3. **Ángulo seminscrito:**



4. **Ángulo interior:**

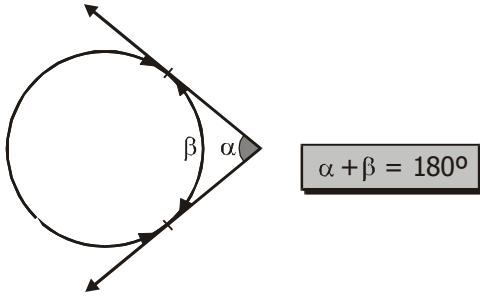


5. **Ángulo exterior:**



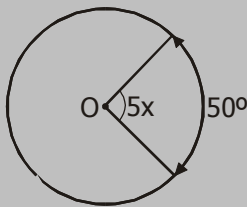
Propiedad importante

La suma del ángulo formado por dos tangentes a una circunferencia y el arco correspondiente a dichas tangentes será 180° .



Problemas resueltos

1. Si "O" es centro, calcular "x"

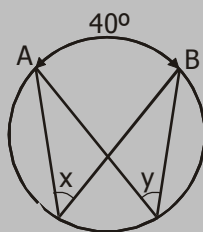


Solución:

$$5x = 50^\circ \text{ (ángulo central)}$$

$$x = 10^\circ$$

2. Calcular "x + y"



Solución:

$$x = \frac{40^\circ}{2} \text{ (ángulo inscrito)}$$

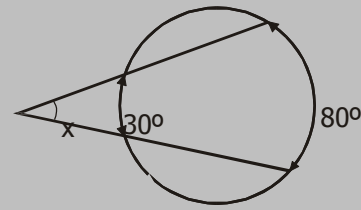
$$x = 20^\circ$$

$$y = \frac{40^\circ}{2} \text{ (ángulo inscrito)}$$

$$y = 20^\circ$$

$$x + y = 40^\circ$$

3. Calcular "x"

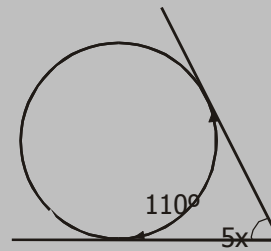


Solución:

$$x = \frac{80^\circ - 30^\circ}{2} \text{ (ángulo exterior)}$$

$$x = 25^\circ$$

4. Calcular "x"



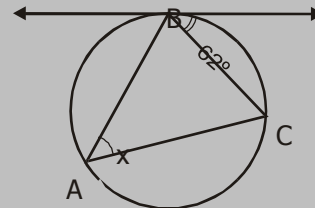
Solución:

$$5x + 110^\circ = 180^\circ \text{ (propiedad)}$$

$$5x = 70^\circ$$

$$x = 14^\circ$$

5. Calcular el valor de "x"



Solución:

$$62^\circ = \frac{\widehat{BC}}{2} \text{ (ángulo seminscrito)}$$

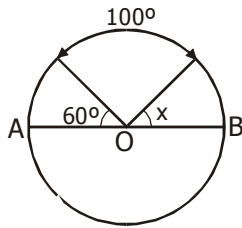
$$\widehat{BC} = 124^\circ$$

$$x = \frac{\widehat{BC}}{2} \text{ (ángulo inscrito)}$$

$$x = \frac{124^\circ}{2} \rightarrow x = 62^\circ$$

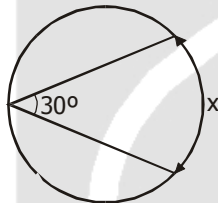
Problemas para la clase

1. Si "O" es centro, calcular "x"



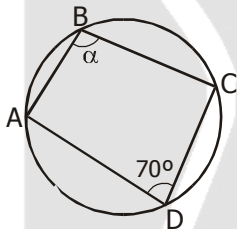
- a) 10° b) 20° c) 30°
d) 40° e) 50°

2. Calcular "x"



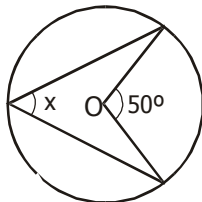
- a) 15° b) 30° c) 40°
d) 50° e) 60°

3. Calcular " α "



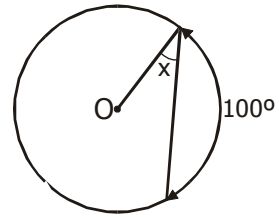
- a) 100° b) 105° c) 110°
d) 120° e) 150°

4. Si "O" es centro, calcular "x"



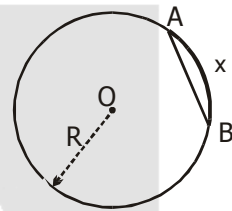
- a) 20° b) 25° c) 30°
d) 35° e) 50°

5. De la figura, calcular "x", si "O" es el centro.



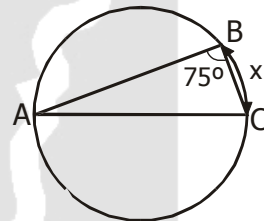
- a) 10° b) 20° c) 30°
d) 40° e) 50°

6. Si "O" es centro y $AB = R$, calcular "x"



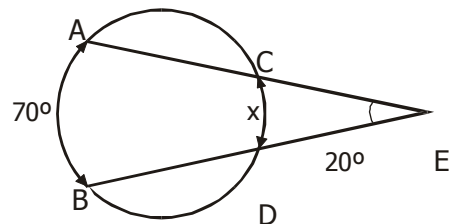
- a) 30° b) 15° c) 45°
d) 60° e) 90°

7. Si: $AB = AC$, calcular \widehat{BC}



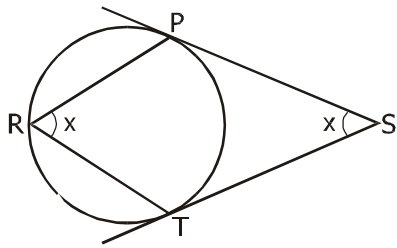
- a) 60° b) 80° c) 50°
d) 70° e) 30°

8. Calcular "x"



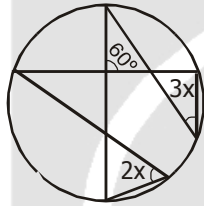
- a) 30° b) 20° c) 15°
d) 25° e) 40°

9. Si "P" y "T" son puntos de tangencia, calcular "x"



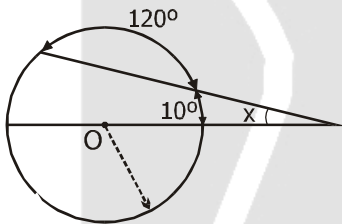
- a) 40° b) 50° c) 60°
 d) 80° e) 70°

10. De la figura, calcular "x"



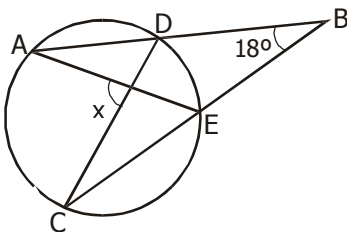
- a) 10° b) 11° c) 15°
 d) 12° e) 20°

11. Si "O" es centro, calcular "x"



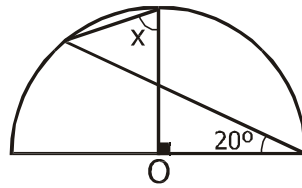
- a) 5° b) 10° c) 15°
 d) 20° e) 25°

12. Si: $m\widehat{BAE} = 20^\circ$, calcular "x"



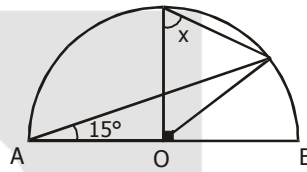
- a) 50° b) 60° c) 76°
 d) 80° e) 58°

13. Si "O" es centro, calcular "x"



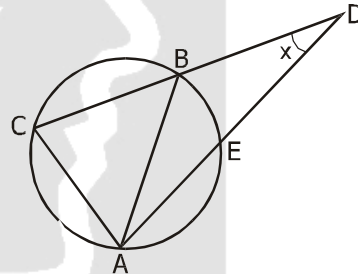
- a) 65° b) 45° c) 35°
 d) 80° e) 70°

14. Calcular "x"



- a) 65° b) 55° c) 70°
 d) 80° e) 60°

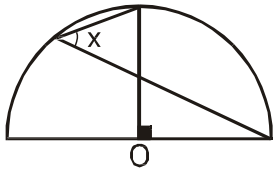
15. Si: $AB = BD$; $m\widehat{AE} = 44^\circ$, $m\angle BAC = 50^\circ$, calcular "x"



- a) 30° b) 28° c) 29°
 d) 25° e) 36°

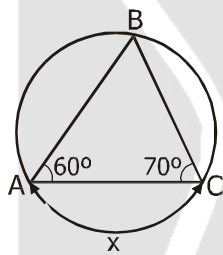
Autoevaluación

1. Si "O" es centro, calcular "x"



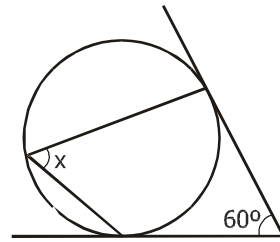
- a) 30° b) 50° c) 40°
 d) 45° e) 60°

2. De la figura, calcular "x"



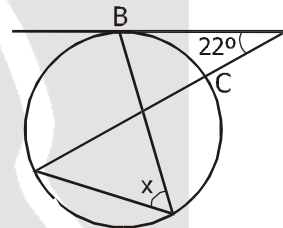
- a) 100° b) 80° c) 70°
 d) 90° e) 120°

3. Calcular "x"



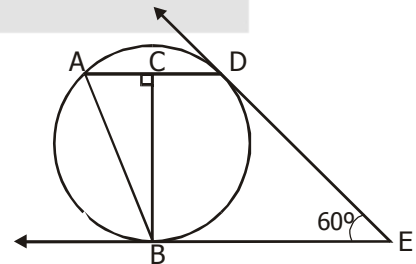
- a) 10° b) 30° c) 40°
 d) 50° e) 60°

4. Si: $m\widehat{BC} = 28^\circ$, calcular "x"



- a) 72° b) 22° c) 36°
 d) 40° e) 52°

5. Si: $AB = 12$, calcular "AC"



- a) $6\sqrt{3}$ b) 6 c) 3
 d) 4 e) $2\sqrt{3}$