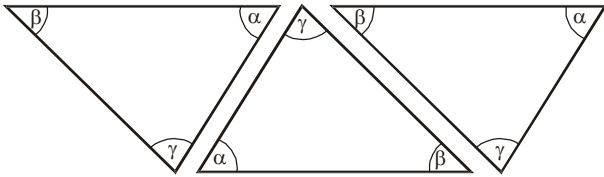


Suma de ángulos en un Triángulo



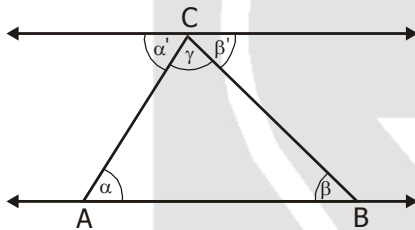
I. Suma de ángulos internos



Coloca tres papeles uno sobre otro y recorta tres triángulos iguales. Denota los ángulos de los triángulos con las mismas tres letras " α ", " β ", " γ ", los ángulos congruentes reciben la misma letra.

Coloca los triángulos así como lo indica la figura. ¿Cuánto suman los tres ángulos de un triángulo?

Ahora, observa esta figura:



La figura muestra:

En un triángulo los ángulos interiores suman 180° , pues: Si se dibuja una recta que atraviesa el punto "C" y es paralela a la recta AB, se cumple:

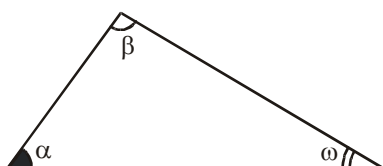
α y α' así como β y β' son ángulos alternos, es decir:
 $\alpha = \alpha'$ y $\beta = \beta'$ (1)

α' , γ y β' forman juntos un ángulo llano, de esta manera se cumple:

$$\alpha' + \gamma + \beta' = 180^\circ \quad (2)$$

De (1) y (2) se deduce: $\alpha + \gamma + \beta = 180^\circ$

En vez de decir "la suma de las medidas de los ángulos interiores en un triángulo" se dice brevemente: suma de ángulos de un triángulo.



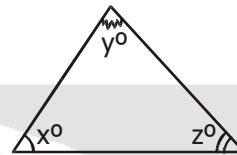
$$\alpha + \beta + \omega = 180^\circ$$

Teorema de la suma de ángulos

Los ángulos en un triángulo suman 180°

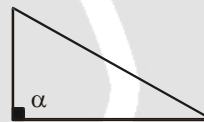
Si en un triángulo:

- Los ángulos son agudos entonces el triángulo se llama **Triángulo Acutángulo**.



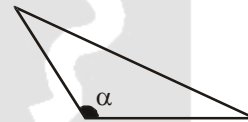
x, y, z : son menores que 90°

- Un ángulo es recto, entonces el triángulo se llama **Triángulo Rectángulo**.



$\alpha = 90^\circ$

- Un ángulo es obtuso, entonces el triángulo se llama **Triángulo Obtusángulo**.



α : es mayor que 90° pero menor que 180°

Ejemplo A

Fundamenta tu respuesta: En un triángulo sólo puede haber un ángulo que mida más de 90° .

Solución:

Si en un triángulo dos ángulos miden más de 90° , entonces la suma de estos dos ángulos sería mayor a 180° . Pero esto no sería posible, pues por el teorema de la suma de ángulos, los tres ángulos juntos miden 180° . Por lo tanto, solamente un ángulo puede medir más de 90° .

Nota :

Esta fundamentación usa el método de la "falsa suposición" muy usado en las matemáticas: supongo lo contrario y concluyo que es imposible.

Para recordar:

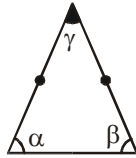
$0 < \alpha < 90^\circ$, " α " es un ángulo agudo.

$\alpha = 90^\circ$, " α " es un ángulo recto.

$90^\circ < \alpha < 180^\circ$, " α " es un ángulo obtuso.

Ejemplo B

En un triángulo isósceles el ángulo "γ" en el vértice desigual mide 50°. ¿Cuánto miden los ángulos sobre la base "α" y "β"?



Solución:

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$\alpha + \beta + 50^\circ = 180^\circ$$

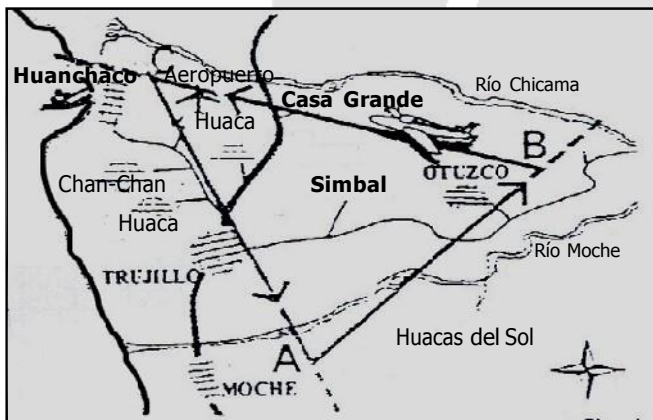
$$\alpha + \beta = 130^\circ, \text{ pero: } \alpha = \beta, \text{ por ser un triángulo isósceles.}$$

$$\text{Entonces: } \alpha = \beta = \frac{130^\circ}{2} = 65^\circ$$

II. Suma de ángulos externos

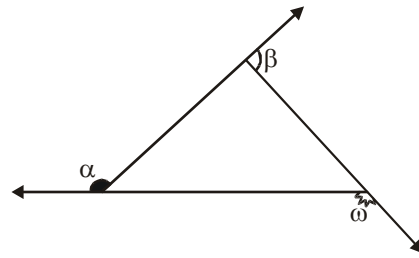
En campeonatos de planeadores se realizan los llamados "vuelos en triángulo". Los participantes tienen que volar hacia tres sitios previamente seleccionados y fotografiarlos desde el avión.

- a) Dibuja en tu cuaderno un triángulo que tenga los mismos ángulos que el triángulo de vuelo en el mapa.
- b) Indica los ángulos de cambio de dirección.
- c) Compara los ángulos de los cambios de dirección con los ángulos en el triángulo.



Los ángulos al interior de un triángulo se llaman ángulos interiores del triángulo. Si se prolongan los lados de un triángulo creando rectas, se obtienen ángulos adyacentes a los ángulos interiores, llamados ángulos exteriores del triángulo.

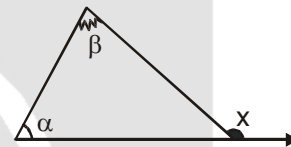
*



$$\alpha + \beta + \omega = 360^\circ$$

* En un triángulo se cumple que:

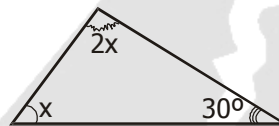
Cada ángulo exterior mide igual que la suma de los ángulos interiores que no le son adyacentes.



$$x = \alpha + \beta$$

Problemas para la clase

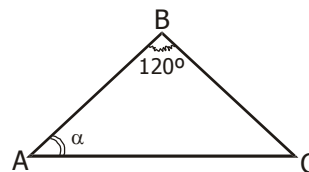
1. Calcular "x"



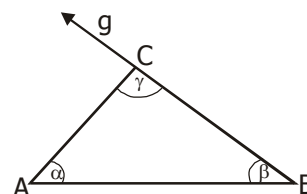
2. Calcular "x"



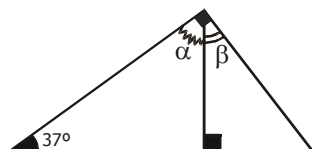
3. Si: AB = BC, calcular "α"



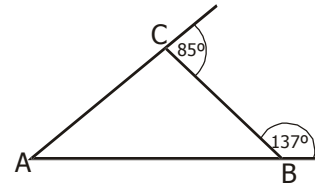
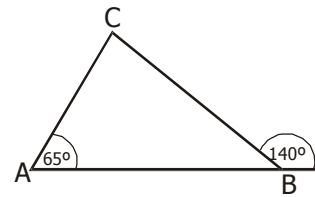
4. El punto "C" se mueve a lo largo de la recta "g". Los puntos "A" y "B" son fijos.



- a) ¿Qué ángulos del triángulo ABC cambian?
- b) ¿Qué ángulo aumenta y qué ángulo disminuye, si es que "C" se aleja de "B"?
5. Los ángulos en un triángulo se denotan " α ", " β ", " γ ". Calcula el tercer ángulo del triángulo, si:
- a) $\alpha = 37^\circ$; $\beta = 52^\circ$
 b) $\beta = 66^\circ$; $\gamma = 102^\circ$
 c) $\alpha = 105^\circ$; $\gamma = 47^\circ$
6. Calcular el ángulo faltante de un triángulo rectángulo si un ángulo mide 50° .
7. ¿Cuánto mide el ángulo opuesto a la base de un triángulo isósceles, si un ángulo sobre la base mide 22° ?
8. En un triángulo de ángulos " α ", " β ", " γ ", el ángulo $\gamma = 90^\circ$. Calcula " α " y " β ", si: " α " es el doble de " β ".
9. ¿Cuánto miden los ángulos sobre la base de un triángulo isósceles, si el ángulo opuesto a la base mide 10° ?
10. El ángulo opuesto a la base de un triángulo isósceles mide 120° . ¿Cómo cambia dicho ángulo si se duplica la medida de los ángulos sobre la base?
11. ¿Cuánto miden los ángulos en un triángulo que es isósceles y rectángulo a la vez?
12. ¿Cuánto mide cada ángulo en un triángulo equilátero?
13. ¿Por qué no puede haber ningún triángulo que sea al mismo tiempo equilátero y rectángulo?
14. Fundamenta:
- a) En un triángulo sólo un ángulo puede medir 90° .
 b) Cada triángulo tiene por lo menos dos ángulos agudos.
15. Calcular, " α " y " β " de la siguiente figura:



16. Calcular la medida de los ángulos interiores faltantes en los siguientes triángulos:



17. La tabla muestra los ángulos interiores y exteriores de un triángulo; " α ", " β ", " γ " son los ángulos interiores del triángulo; " α_1 ", " β_1 ", " γ_1 " son los ángulos exteriores correspondientes.

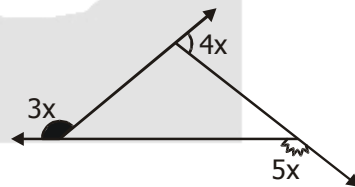
	α	β	γ	α_1	β_1	γ_1
a)	123°	36°				
b)		79°		111°		
c)			97°		120°	
d)	75°					125°

Transcribe la tabla en tu cuaderno y complétala.

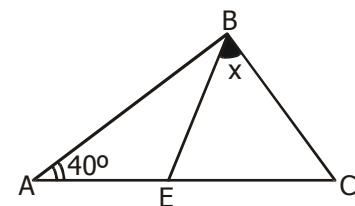
18. Calcular la medida de los ángulos exteriores para:

- a) Un triángulo equilátero ABC.
 b) Un triángulo isósceles rectángulo ABC, cuyo vértice opuesto a la base es "B".

19. Calcular "x"



20. Calcular "x", si: $AE = EB = BC$



Recuerda que ...

- * Isósceles: dos lados iguales; Equilátero: tres lados iguales; Rectángulo: un ángulo mide 90° .
- * La medida de un ángulo también puede ser un número racional como por ejemplo: $a = 40,5^\circ$
- * Observa que se acostumbra llamar a los ángulos " α " en "A", " β " en "B", " γ " en "C".