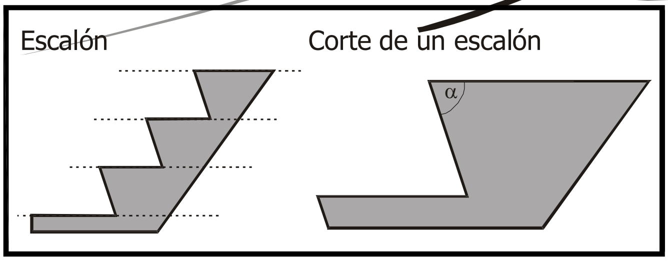
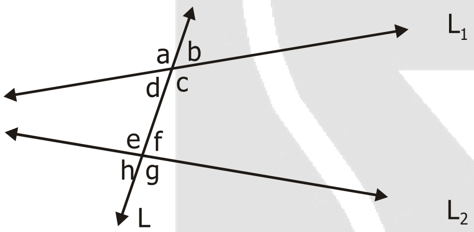
Ángulos entre Rectas paralelas



La figura muestra un detalle del plano de construcción de una casa.

a) En el diseño de la escalera se dibujaron líneas auxiliares. ¿Cuál es el grupo de estas líneas?
b) ¿Dónde se presentan ángulos del mismo tamaño en el diseño de la escalera?
c) En el corte del escalón a la derecha, ¿dónde se presenta otro ángulo que mida igual que el ángulo "α"?

Observa ahora esta figura:



Si dos rectas "L_1" y "L_2" son cortadas por una tercera recta "L" (secante), podemos nombrar parejas de ángulos según su posición de la siguiente manera:

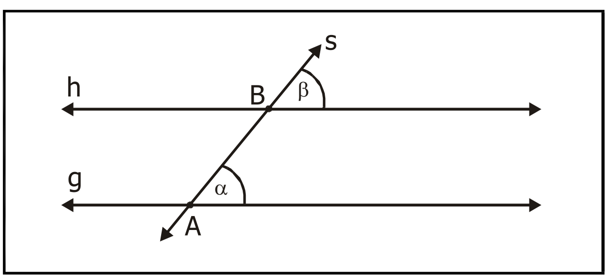
Ángulos correspondientes:
"a" y "e"; "d" y "h"; "b" y "f"; "c" y "g"

Ángulos alternos internos:
"d" y "f"; "c" y "e"

Ángulos alternos externos:
"a" y "g"; "b" y "h"

Los ángulos alternos "alternan" el lado de la secante y "alternan" la recta paralela y su ubicación en ella.

Ahora, observa detenidamente la figura siguiente:



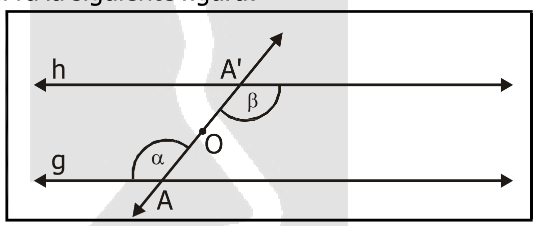
Si las rectas "g" y "h" son paralelas, los ángulos correspondientes miden igual, ya que:

La traslación que transforma el vértice "A" en el vértice "B", transforma también "s" en "s" y "g" en "h", ya que "g" es paralela a "h" $(\overleftrightarrow{g} \mathbin{//} \overleftrightarrow{h})$. Es por ello que "α" es transformado en "β" y se concluye que: $\boxed{\alpha = \beta}$

Para recordar:

Las traslaciones y las reflexiones respecto a puntos, transforman rectas a rectas paralelas y ángulos a águlos de la misma medida (congruentes).

Observa la siguiente figura:



Si las rectas "g" y "h" son paralelas, los ángulos alternos son iguales, ya que: $\boxed{\alpha = \beta}$

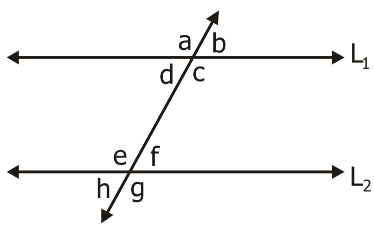
Nota:
Observa que en los casos anteriores no sólo hemos mostrado que al ser paralelas las rectas, los ángulos especiales alternos internos y externos son congruentes.

También hemos mostrado lo inverso, y es que cuando los ángulos especiales son congruentes, eso quiere decir que las rectas son paralelas.

Al intersectar dos rectas paralelas con una secante se cumple:

Los ángulos correspondientes son congruentes, los ángulos alternos son congruentes.

Ej:



Si: $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$

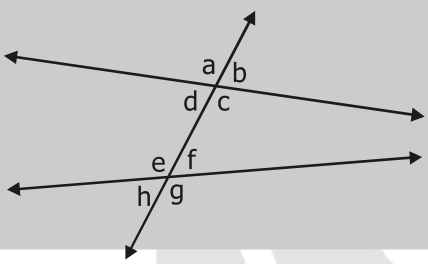
$$\left.\begin{matrix} a = e \\ d = h \\ b = f \\ c = g \end{matrix}\right\}$$ Ángulos correspondientes

$$\left.\begin{matrix} d = f \\ c = e \\ a = g \\ b = h \end{matrix}\right\}$$ Ángulos alternos

Problemas resueltos

Ejemplo A

Indica todos los pares de ángulos correspondientes y todos los pares de ángulos alternos en el siguiente gráfico:



Solución:

Ángulos correspondientes:

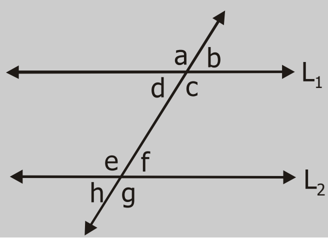
"a" y "e" "b" y "f"
"d" y "h" "c" y "g"

Ángulos alternos:

"d" y "f" "a" y "g"
"c" y "e" "b" y "h"

Ejemplo B

Si: $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$ y b = 45°, hallar los otros ángulos, en el siguiente gráfico:



Solución:

* "b" y "f" son correspondientes $\rightarrow$ b = f = 45°
* "b" y "h" son alternos externos $\rightarrow$ b = h = 45°
* "b" y "c" son adyacentes $\rightarrow$ b + c = 180°

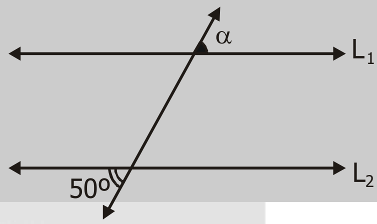
45° + c = 180°

c = 135°

* "c" y "e" son alternos internos $\rightarrow$ c = e = 135°

Ejemplo C

Si: $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$, calcular "$\alpha$", en:



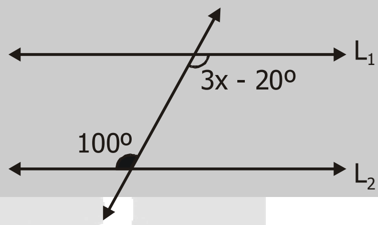
Solución:

Si "α" y 50° son alternos externos comprendidos entre paralelas.

$\rightarrow$ $\boxed{\alpha = 50°}$

Ejemplo D

Calcular "x", si: $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$.



Solución:

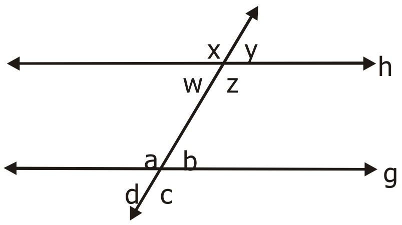
Como (3x - 20) y 100° son alternos internos comprendidos entre paralelas; entonces:

$$3x - 20° = 100°$$
$$3x = 100° + 20°$$
$$3x = 120°$$
$$\boxed{x = 40°}$$

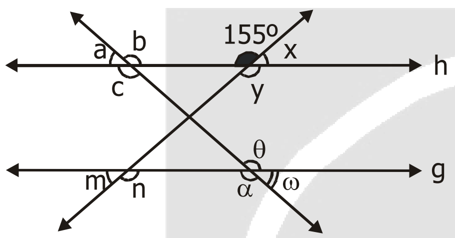
Problemas para la clase

1. Dibuja dos rectas paralelas "g" y "h", cortadas por una tercera recta "s". Denota todos los ángulos e indica los pares de ángulos correspondientes y todos los pares de ángulos alternos.

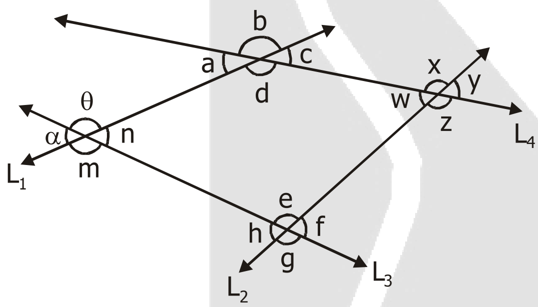
2. En la figura mostrada, las rectas "g" y "h" son paralelas entre sí. Calcula todos los ángulos, si: z = 110º



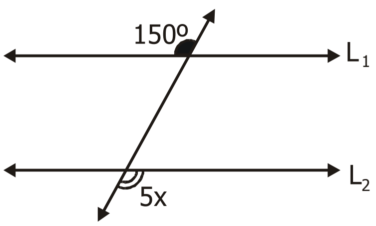
3. Indica todos los pares de ángulos correspondientes y de ángulos alternos; calcula la medida de los ángulos denotados, todo basándote en los ángulos de la siguiente figura; además: $\overleftrightarrow{g} // \overleftrightarrow{h}$ y a = 30°.



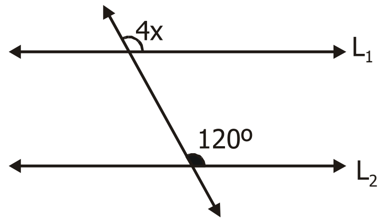
4. Basándote en la figura, indica todos los pares de ángulos correspondientes y todos los pares de ángulos alternos con las rectas "L_1" y "L_2" así como con las rectas "L_3" y "L_4".



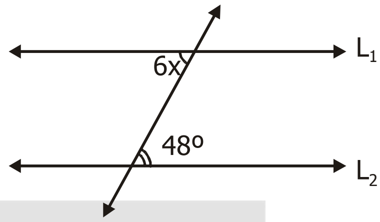
5. Si: $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$, calcular "x".



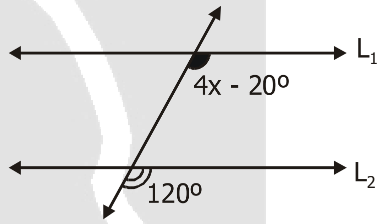
6. Si: $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$, calcular "x".

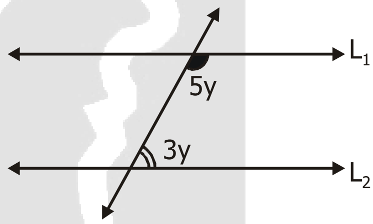


7. Si: $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$, calcular "x + 5°".



8. Si: $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$, calcular "x + y".





9. Dibuja un triángulo ABC, con una rotación en un ángulo agudo alrededor de "B", transfoma el triángulo ABC en un triángulo A'B'C', de tal manera que $\overline{A'B'} // \overline{AC}$. ¿Qué ángulo del triángulo ABC mide igual que el ángulo de rotación?. Fundamenta tu respuesta ayudándote con un esquema.

10. ¿Cómo cambia el ángulo de "A", si el pescador inclina su caña de pescar un ángulo "α"?

37º