Sistema de numeración no decimal

Otros sistemas de numeración y sus orígenes

Un accidente fisiológico, el hecho de que tengamos diez dedos en las manos y diez dedos en los pies, ha determinado la adopción del sistema decimal de numeración; aunque con el correr de los siglos se han propuesto y utilizado otros sistemas.

Por ejemplo, tuvo bastante difusión el sistema duodecimal. Indudablemente su origen también está ligado al cálculo por los dedos: puesto que los cuatro dedos de la mano (a excepción del pulgar) tienen 12 falanges en total, pasando el dedo pulgar por estas falanges se puede contar de 1 hasta 12. Los vestigios del sistema duodecimal se han conservado en la lengua hablada hasta nuestros días: en lugar de "doce" a menudo decimos "docena". Muchos objetos (cuchillos, tenedores, platos, pañuelos, etc.) suelen contarse por docenas y no por decenas (recuérdese, por ejemplo, que las vajillas son, como regla general, para 12 ó 6 personas y muy rara vez para 10 ó 5). Hoy día casi no se emplea la palabra "gruesa", que significa doce docenas, pero hace unas decenas de años era una palabra bastante extendida especialmente en el mundo comercial. La docena de gruesas se llamaba "masa" aunque hoy día pocas personas conocen esta significación de la palabra "masa".

Los ingleses conservan indudables vestigios del sistema duodecimal: en el sistema de medidas (1 pie = 12 pulgadas) y en el sistema monetario (1 chelín = 12 peniques).

En Babilonia antigua, cuya cultura (incluyendo la matemática) era bastante elevada, existía un sistema sexagesimal muy complejo. Los historiadores discrepan en cuanto a sus orígenes. Una hipótesis, por cierto no muy fidedigna, es que se produjo la fusión de dos tribus, una de las cuales usaba el sistema senario y la otra el sistema decimal. Otra hipótesis es que los babilonios consideraban el año compuesto de 360 días lo que se relacionaba de modo natural con el número 60. Tampoco esta hipótesis puede considerarse suficientemente argumentada: siendo bastante elevados los conocimientos astronómicos de los antiguos babilónicos, cabe pensar que su error al estimar la duración del año era mucho menor que 5 días. A pesar de que no están muy claros los orígenes del sistema sexagesimal, está comprobada con suficiente seguridad la existencia y amplia difusión en Babilonia.

Este sistema, igual que el duodecimal se ha conservado en cierta medida hasta nuestros días (por ejemplo, en la subdivisión de la hora en 60 minutos y el minuto en 60 segundos, así como en el sistema análogo de medición de los ángulos:

1 grado = 60 minutos y 1 minuto = 60 segundos).

Según Stanley famoso explorador de África, varias tribus africanas emplearon el sistema quinario. Es evidente la relación de este sistema con la forma de la mano del hombre, "máquina computadora" primaria.

La civilización Maya floreció en Mesoamérica alrededor del siglo IV de nuestra era. Todavía no se han descifrado todos los jeroglíficos mayas, pero se sabe que tenían dos sistemas de numeración, ambos en base vigesimal. Para los cálculos astronómicos y cronológicos, los mayas utilizaban un sistema posicional de base 20 pero asignaban el valor 360, en lugar de 400 (20 x 20) al número que ocupaba la unidad de tercer orden; agregaban después cinco días nefastos, acercándose así a los 365 días del año.

Para otros usos tenían un sistema vigesimal estricto con dos notaciones diferentes:

- En una de las notaciones, cada dígito del 1 al 19 y el cero está representado por una cabeza distinta, relacionada con los dioses mayas:

1 2 3

En esta figura están representados los dioses correspondientes a los números 1; 2 y 3.

- La otra notación es más práctica y consta de solo tres símbolos:

el punto:	·	para el uno
la barra:	-	para el cinco
el caracol:		para el cero

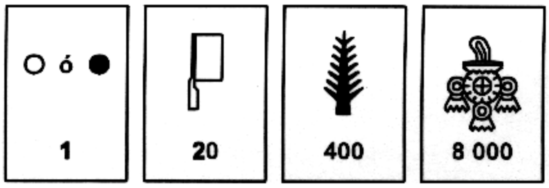
Ejemplos:

3 6 12 18 20

- Los números mayores que 20 se escriben en columnas y se leían de arriba abajo empezando por el orden más alto, por ejemplo: 1351

3 grupos de 20 x 20	=	1 200
7 grupos de 20	=	140
11 unidades	=	11
Total		1 351

- Los aztecas también usaban un sistema vigesimal utilizando los signos siguientes:



Los aztecas sólo usaban el principio aditivo, representaban los otros números repitiendo esos cuatro signos todas las veces que fuera necesario. Para indicar 100 bolsas de plumas blancas, dibujaban una bolsa de plumas blancas y cinco banderitas (5 x 20 = 100).

100 bolsas de plumas blancas

El sistema vigesimal era también empleado por los celtas que se establecieron en el Occidente de Europa desde el segundo milenio antes de nuestra era. Algunos vestigios del sistema vigesimal de los celtas subsisten en el moderno idioma francés: por ejemplo, "ochenta" en francés es "quatre-vingt", o sea, literalmente "cuatro veces veinte". El número 20 figura también en el sistema monetario francés: el franco, unidad monetaria, consta de 20 sous.

Los cuatro sistemas de numeración mencionados (duodecimal, quinario, sexagesimal y vigesimal) que junto al sistema decimal desempeñaron un papel notable en el desarrollo de la cultura humana están ligados (a excepción del sexagesimal, cuyos orígenes no han sido aclarados) a una u otra forma de contar con los dedos de las manos (o de las manos y de los pies), es decir son de origen "anatómico" indudable igual que el sistema decimal.

En el siglo XVIII, el naturalista francés Georges L. Buffon propuso un sistema de base 12, este sistema emplea 12 símbolos diferentes, los diez símbolos habituales más X para el diez y Z para el once. Una de las ventajas de este sistema es que 12 tiene más divisores (1; 2; 3; 4; 6; 12) que 10 (1; 2; 5; 10) y se simplifican así muchas operaciones con fracciones.

Joseph L. Lagrange (1 736 - 1 813), matemático francés, propuso un sistema de once símbolos (base 11). Siendo 11 un número primo, todas las fracciones en este sistema serían irreductibles y las operaciones con fracciones quedarían así simplificadas.

Gottfried W. Leibnitz (1 646 - 1 716) inventó el sistema binario (base 2) utilizado hoy en las computadoras, en el cual sólo se necesitan dos símbolos, el 0 y el 1; todas las operaciones quedan simplificadas al máximo.

Leibnitz vió en este sistema la imagen de la creación; se imaginó que la unidad (1) representaba a Dios y el cero (0) la nada, e inventó un sistema filosófico en esas premisas.

El número 67 en base 10 se escribe en distintas bases:

$$67_{10} = 17_{60} = 37_{20} = 57_{12} = 61_{11} = 1000011_2$$

Problemas para la clase

Bloque I

1. Hallar la suma de cifras del numeral $315_{(6)}$ al ser expresado en base nueve.

a) 6 b) 7 c) 8
d) 9 e) 10

2. Expresar el menor numeral de 3 cifras diferentes del sistema octal; en el sistema quinario.

a) $233_{(5)}$ b) $213_{(5)}$ c) $203_{(5)}$
d) $231_{(5)}$ e) $214_{(5)}$

3. Descomponer polinómicamente el mayor numeral de 3 cifras de la base "n".

a) n^3 b) $n^3 + 1$ c) $n^4 - 1$
d) $n^3 - 1$ e) $n^4 + 1$

4. Expresar "M" en el sistema octal:

$$M = 6 \times 8^4 + 7 \times 8^3 + 3 \times 8^2 + 35$$

a) $67335_{(8)}$ b) $67332_{(8)}$ c) $67343_{(8)}$
d) $67225_{(8)}$ e) $67333_{(8)}$

5. Hallar "a + b + c", si se cumple:

$$315_{(8)} = \overline{abc}_{(6)}$$

a) 10 b) 9 c) 12
d) 13 e) 8

6. Hallar "x + y + z"; si los numerales están correctamente escritos.

$$\overline{z34}_{(y)} \ ; \ \overline{3x2}_{(8)} \ ; \ 411_{(z)} \ ; \ \overline{y52}_{(x)}$$

a) 15 b) 16 c) 18
d) 17 e) 21

7. Hallar "n", si se sabe:

$$43_{(n)} + 56_{(n)} = 131_{(n)}$$

a) 6 b) 7 c) 8
d) 9 e) 10

8. Calcular "a + b + c"; si los siguientes numerales están correctamente escritos:

$$\overline{10a}_{(4)} \ ; \ \overline{2bc}_{(a)} \ ; \ \overline{bb}_{(c)}$$

a) 5 b) 6 c) 7
d) 3 e) 8

9. Hallar "a + n"; si se cumple:

$$\overline{6n0}_{(8)} = \overline{1a66}_{(n)}$$

a) 5 b) 6 c) 7
d) 8 e) 9

10. Calcular "m + n", si se cumple:

$$\overline{pppp}_{(5)} = \overline{mn8}$$

a) 10 b) 11 c) 8
d) 7 e) 15

Bloque II

1. Si los numerales están correctamente escritos:

$$\overline{5m7}_{(8)} \; ; \; 435_{(n)} \; ; \; \overline{n36}_{(m)}$$

hallar "m + n".

a) 12 b) 13 c) 15
d) 10 e) 9

2. Hallar "a + n", si se cumple:

$$\overline{a53}_{(n)} = \overline{a10}_{(7)}$$

a) 7 b) 8 c) 9
d) 10 e) 12

3. Convertir el menor número que se puede escribir con todas las cifras impares del sistema heptal, al sistema nonario.

a) 87 b) 73 c) 83
d) 78 e) 63

4. Calcular "a + b", si se cumple:

$$\overline{nnn}_{(8)} = \overline{ab1}$$

a) 5 b) 6 c) 7
d) 8 e) 9

5. Hallar "n" para que se cumpla:

$$126_{(n)} = 256_{(8)}$$

a) 15 b) 14 c) 13
d) 12 e) 11

6. Si se cumple: $\overline{46a}_{(n)} = 287_{(9)}$

Hallar "a + n".

a) 8 b) 9 c) 10
d) 11 e) 12

7. Hallar "a + n", si se cumple:

$$\overline{a56}_{(8)} = \overline{(a+1)60}_{(n)}$$

a) 7 b) 8 c) 9
d) 10 e) 11

8. Expresar "M" en base 13.

$$M = 2 \times 13^4 + 5 \times 13^3 + 8 \times 13^2 + 72$$

a) $25852_{(13)}$ b) $25857_{(13)}$
c) $25821_{(13)}$ d) $25751_{(13)}$
e) $25723_{(13)}$

9. Calcular "a + b + c + d + e + f + n"; si se cumple:

$$1122_{(3)} = \overline{abcdef}_{(n)}$$

a) 7 b) 6 c) 5
d) 9 e) 8

10. Si el numeral $\overline{(a-2)12a}$ está expresado en base 4, hallar el menor valor que puede tomar "n" en:

$$\overline{aa.....a}_{(n-1)}$$

a) 3 b) 4 c) 5
d) 6 e) 7

Bloque III

1. Expresar en el sistema quinario el mayor número de tres cifras diferentes del sistema octal.

a) $3311_{(5)}$ b) $4001_{(5)}$ c) $4221_{(5)}$
d) $3201_{(5)}$ e) $3103_{(5)}$

2. Si se cumple:

$$\overline{\left(\frac{a}{6}\right)\left(\frac{a}{4}\right)\left(\frac{a}{2}\right)}_{(9)} = \overline{bcd}$$

Expresar $\overline{bd}_{(a+1)}$ en base diez.

a) 18 b) 12 c) 15
d) 20 e) 13

3. ¿Qué número del sistema decimal cumple que, al expresarlo en dos sistemas de numeración de bases consecutivas se obtiene 355 y 283?

a) 137 b) 237 c) 273
d) 173 e) 315

4. Hallar "a + b", si se cumple:

$$\overline{a2b}_{(9)} = \overline{a72}_{(n)}$$

a) 7 b) 8 c) 9
d) 10 e) 6

5. Hallar "a + b", para que se cumpla:

$$\overline{aba}_{(8)} = 1106_{(n)}$$

a) 5 b) 6 c) 7
d) 8 e) 9

6. Si se cumple: $\overline{ab2} = 1331_{(n)}$
expresar: $\overline{(a+1)(2b)}_{(n+1)}$ en base nueve.

a) 55 b) 36 c) 42
d) 46 e) 54

7. Hallar "a + b", si se cumple:

$$\left.\begin{array}{l}16\\ \quad 16\\ \qquad 16\\ \qquad\quad \ddots\\ \qquad\qquad 16_{\overline{ab}}\end{array}\right\} \text{33 veces} = \overline{6ba}$$

a) 7 b) 8 c) 9
d) 10 e) 11

8. Si: $\overline{a2b}_{(8)} = \overline{a6(n-1)}_{(n)}$
Hallar "a + b + n".

a) 10 b) 11 c) 12
d) 13 e) 14

9. Si se cumple: $\overline{m00m}_{(6)} = \overline{np1}$
Hallar "m + n + p" (0 = cero)

a) 12 b) 15 c) 18
d) 14 e) 20

10. Si el numeral 1 573 está dado en base "n", ¿cuál será la suma de sus cifras al pasarse a la base "n + 1"?

a) 4 b) 3 c) 2
d) 5 e) 6