Sistema de numeración decimal

Introducción

La humanidad en su desarrollo histórico ha creado diferentes formas de nombrar y denotar a los números naturales. En cada pueblo y en cada época los números naturales se representaron con diferentes símbolos.

Así:

Nombre	Símbolo	Pueblo
Cinco	5	Indo-arábigo
Diez	X	Romano
Diez	∩	Egipcio
Trece	$\overset{\cdots}{=}$	Maya

Al combinar los símbolos mediante ciertas reglas se puede representar todos los números naturales. El conjunto de símbolos y reglas que permiten combinarlos recibe el nombre de <u>sistema de numeración</u>.

Sistema decimal de numeración

Este sistema de numeración fue inventado por los hindúes y difundido después por los árabes, razón por la cual se llama <u>sistema indoarábigo</u>. Este sistema es el que actualmente utilizamos y usa diez símbolos:

0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9

que se llaman <u>cifras</u> (<u>dígitos</u>).

Gran parte de nuestros actuales conceptos respecto a los números se derivan de costumbres romanas. Por ejemplo, la palabra <u>dígito</u> deriva del latín <u>dígitos</u>, que significa <u>dedo</u>. Nuestro actual sistema decimal está basado en diez dígitos, en la misma forma que los primitivos romanos basaron su sistema de numeración en los diez dedos de la mano.

La mayor diferencia entre nuestro sistema y el de los romanos radica en que éstos no incluían al cero como dígito, lo cual les obligaba a tener un símbolo diferente para cada número que quisieran expresar (por ejemplo de existir el cero, 10 podría expresarse como I 0 en lugar de X).

El cero

La innovación más importante de toda la matemática es quizás el cero, con él y los otros nueve dígitos se puede representar cualquier cantidad por muy grande que sea.

A pesar de su enorme importancia y simplicidad, pasaron siglos antes de que la humanidad usara este concepto con facilidad. La primera aparición indiscutible del cero tal como se usa hoy fue en la India, en una inscripción del año 876 de nuestra era. Los árabes lo llevaron a Europa en el siglo XII, junto con los números llamados indoarábigos.

Karl Menninger, en su clásica obra <u>Number Words and Number Symbols</u>, señala la inscripción IVc V en una iglesia medieval, indicando al año 1 505, donde se ve una combinación de cifras romanas con la notación posicional y el cero indicado con una "c" minúscula.

M	C	D	U	
. . .		. .	. . . .	Tabla de contar de la Edad Media indicando el número 3 028

Los mayas de Yucatán también utilizaron el cero desde el principio de la era cristiana, mucho antes de la llegada de los europeos.

La palabra cero deriva probablemente de <u>zephirum</u>, forma latínizada del árabe <u>sifr</u> que es, a su vez, una traducción de la palabra hindú <u>sunya</u>, que significa vacío o nada.

Principio posicional

Aunque es cierto que el concepto del cero simplificó notablemente la operación de contar y el manejo de los números, existe otro concepto igualmente importante: el de <u>posición</u>, según el cual, el valor de cada dígito depende de su posición.

Por ejemplo:

4 7 8 4 — posición de unidades (4 x 1)
posición de decenas (8 x 10)
posición de centenas (7 x 100)
posición de millares (4 x 1000)

El 4 en la posición de millares tiene un valor diferente al del 4 en la posición de unidades. Esta diferencia de valores se aprecia claramente cuando leemos el valor del número: cuatro mil setecientos ochenta y cuatro.

Así pues, cada dígito de un numeral tiene un valor absoluto o digital y un valor de posición o relativo.

4 7 8 4 — valor absoluto 4; valor relativo 4×10^0
valor absoluto 8; valor relativo 8×10^1
valor absoluto 7; valor relativo 7×10^2
valor absoluto 4; valor relativo 4×10^3

Obsérvese que los valores relativos de los dígitos aumentan según las potencias crecientes de 10, de derecha a izquierda. Es fácil determinar el exponente que corresponde a una posición de dígito determinada contando el número de posiciones que quedan a la derecha del dígito en cuestión.

Principio aditivo

Todo numeral debe interpretarse como la suma de los valores relativos de las cifras que lo forman. Así el numeral 4 784 denota la suma:

$$4\,784 = 4 \times 10^3 + 7 \times 10^2 + 8 \times 10^1 + 4 \times 10^0$$

Lo anterior nos indica que los números o expresiones que manejamos son formas abreviadas de expresar sumas.

Cuando un número se expresa por medio de una suma, decimos que el número se ha descompuesto en forma polinómica.

Problemas para la clase

Bloque I

1. Si: $\overline{ab} + \overline{ba} = 165$. Hallar "a + b"

a) 12 b) 14 c) 15
d) 16 e) 10

2. Dado el numeral capicúa:

$$\overline{a(b+1)(7-b)(8-a)}$$

Hallar "a + b"

a) 6 b) 7 c) 8
d) 9 e) 10

3. Luego de descomponer polinómicamente:

$$\overline{(3a)(2a)(a)}$$

se obtendrá:

a) 311a b) 321a c) 312a
d) 310a e) 315a

4. Si el numeral de la forma:

$$\overline{(a-2)a(3a)}$$

existe, hallar la suma de sus cifras.

a) 13 b) 10 c) 15
d) 12 e) 18

5. Si al numeral $\overline{ab}$ de cifras significativas le restamos el numeral que se obtiene al invertir el orden de sus cifras se obtiene 72. Hallar "a + b"

a) 7 b) 3 c) 9
d) 10 e) 12

6. ¿Cuántos numerales de 2 cifras significativas cumplen que al incrementarles el numeral que se obtiene al invertir el orden de sus cifras se obtiene 55?

a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 6

7. ¿Cuántos numerales son iguales a cuatro veces la suma de sus cifras?

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

8. Si "A" es un numeral de 3 cifras y "B" es otro numeral de 2 cifras, hallar el mayor valor que puede tomar "A - B". Dar la suma de cifras del resultado.

a) 25 b) 26 c) 27
d) 19 e) 17

9. Un numeral de tres cifras que empieza en la cifra 2 es igual a 22 veces la suma de sus cifras. Hallar el producto de sus cifras.

a) 36 b) 39 c) 42
d) 48 e) 56

10. ¿Cuántos numerales de dos cifras cumplen que son iguales a 6 veces la suma de sus cifras?

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

Bloque II

1. ¿Cuántas cifras tiene el numeral en el cual su cifra de tercer orden ocupa el cuarto lugar?

a) 5 b) 6 c) 7
d) 8 e) 9

2. Hallar un numeral de tres cifras cuya cifra de segundo orden sea el doble de la cifra de primer orden y la cifra de tercer orden sea el triple de la cifra de segundo orden. Dar la suma de sus cifras.

a) 10 b) 7 c) 9
d) 6 e) 12

3. Si: a - b = 2 y $\overline{ab} + \overline{ba} = 132$. Hallar "a.b"

a) 21 b) 28 c) 32
d) 35 e) 38

4. Juan tiene $\overline{ab}$ años y dentro de "7a" tendrá 56 años. Hallar "a + b"

a) 7 b) 8 c) 9
d) 10 e) 12

5. Si a un numeral $\overline{ab}$ le sumamos $\overline{ba}$ se obtiene 11 veces la diferencia de estos numerales, ¿cuál es la cifra de segundo orden del numeral $\overline{ab}$? ($\overline{ab} > \overline{ba}$)

a) 4 b) 5 c) 2
d) 8 e) 3

6. Si a un numeral de tres cifras que empieza con la cifra 6, se le suprime esta cifra el numeral resultante es 1/26 del numeral original. Hallar el producto de las cifras del numeral.

a) 36 b) 60 c) 48
d) 72 e) 56

7. Un depósito tiene $\overline{ab}$ litros de agua, se empieza a llenar con un caudal constante, al cabo de media hora se tiene $\overline{ba}$ litros y cumplida la primera hora $\overline{aob}$ litros. Hallar el caudal en litros por hora. (o: cero)

a) 60 b) 70 c) 75
d) 80 e) 90

8. Hallar el mayor numeral de dos cifras significativas, tal que al sumarle el numeral que se obtiene de invertir el orden de sus cifras se obtiene 77.

a) 52 b) 81 c) 62
d) 72 e) 61

9. Hallar un numeral de dos cifras que sea igual a 3 veces la suma de sus cifras. Dar como respuesta la diferencia de sus cifras.

a) 4 b) 5 c) 8
d) 2 e) 1

10. Sea: $N = \overline{ab}$ y $N_1 = \overline{ba}$, se cumple: a - b = 4 y:

$$\frac{N_1 + N}{11} = 14$$

Responder verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I. $a + b = 14$
II. $N - N_1 = 45$
III. $N = 95$

a) Sólo I b) Sólo II c) Sólo III
d) I y II e) I y III

Bloque III

1. Si se cumple: $\overline{abab} = N.\overline{ab}$. Hallar la suma de cifras de "N".

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

2. Un numeral capicúa es de la forma:

$$\overline{(a-1)(a^3)(b+4)c}$$

Hallar "a.b.c".

a) 12 b) 10 c) 15
d) 18 e) 40

3. Hallar un número de 3 cifras que cumpla que la cifra de decenas sea la cuarta parte de la cifra de centenas y la cifra de las unidades sea la mitad de la de decenas. Dar la cifra de decenas.

a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 6

4. Hallar un numeral de tres cifras que empieza en la cifra 4, tal que al eliminar esta cifra, se obtiene un numeral que es 1/17 del número original. Dar la suma de sus cifras.

a) 9 b) 10 c) 11
d) 12 e) 15

5. Si a un numeral de 4 cifras se le agrega la suma de sus cifras se obtiene 4767. Hallar la suma de las cifras de primer y tercer orden.

a) 7 b) 6 c) 8
d) 10 e) 4

6. Un automóvil parte del kilómetro $\overline{a0(2b)}$ con una velocidad $\overline{b(2b)}$ km/h. Luego de qué tiempo llegará al kilómetro $\overline{a(2b)0}$.

a) 1,2h b) 1,5 c) 2
d) 2,5 e) 3

7. Un numeral de dos cifras es tal que si se invierte el orden de sus cifras se obtiene un segundo numeral que excede en 5 al triple del primero. Hallar la diferencia de cifras del numeral.

a) 4 b) 5 c) 6
d) 2 e) 7

8. El cuádruple de un numeral es de la forma $\overline{ab}$. Pero si al numeral se multiplica por 3 y al resultado se divide entre 2 se obtiene $\overline{ba}$. Hallar "a - b".

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

9. Calcular el producto de cifras de un numeral capicúa de 3 cifras que es igual a 23 veces la suma de las cifras diferentes.

a) 36 b) 6 c) 12
d) 9 e) 10

10. En una fiesta, a la cual asistieron $\overline{ab}$ hombres y $\overline{ba}$ mujeres, se observó que en un momento dado el número de hombres que no bailan es "2a - b" y el número de mujeres que no bailan es la suma de las cifras del total de las mismas. ¿Cuántas personas hay en la fiesta?

a) 154 b) 165 c) 176
d) 187 e) 143