

# Números primos I



## Número primo o primo absoluto

Es aquel número entero positivo que tiene sólo dos divisores: la unidad y el mismo número.

### Ejemplo:

2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; ...

## Número compuesto

Son aquellos números enteros positivos que tienen más de dos divisores.

### Ejemplo:

4 ..... sus divisores son: 1; 2; 4.  
12 ..... sus divisores son: 1; 2; 3; 4; 6; 12.

## Números primos entre sí (PESI)

Dado un conjunto de dos o más números, diremos que son primos entre sí, cuando el único divisor común de todos ellos sea la unidad.

### Ejemplo:

Sean los números: 8; 12 y 15.

8 → 1; 2; 4; 8  
12 → 1; 2; 3; 4; 6; 12  
15 → 1; 3; 5; 15

\* Observamos que su único divisor común es la unidad, entonces 8; 12 y 15 son números primos entre sí (PESI).

## Descomposición canónica

Consiste en descomponer a un número mayor que la unidad, como el producto de sus factores primos diferentes entre sí, elevados a ciertos exponentes enteros positivos.

### Ejemplo:

$$\begin{array}{r|l} 520 & 2 \\ 260 & 2 \\ 130 & 2 \\ 65 & 5 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array} \Rightarrow 520 = 2^3 \cdot 5 \cdot 13$$

- En general, todo número compuesto "N", puede ser expresado de la forma:

$$N = A^\alpha \cdot B^\beta \cdot C^\gamma$$

Donde:

A; B; C ⇒ son números primos diferentes.  
 $\alpha; \beta; \gamma$  ⇒ son enteros positivos.

## Principales fórmulas

### 1. Cantidad de divisores (C.D.)

Dado el número:  $N = A^\alpha \cdot B^\beta \cdot C^\gamma$

$$C.D.(N) = (\alpha + 1)(\beta + 1)(\gamma + 1)$$

### Ejemplo:

- Sea el número:  $180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$

$$C.D.(180) = (2 + 1)(2 + 1)(1 + 1) = 18 \text{ divisores}$$

### 2. Suma de divisores (S.D.)

Dado el número:  $N = A^\alpha \cdot B^\beta \cdot C^\gamma$

$$S.D.(N) = \frac{A^{\alpha+1} - 1}{A - 1} \cdot \frac{B^{\beta+1} - 1}{B - 1} \cdot \frac{C^{\gamma+1} - 1}{C - 1}$$

### Ejemplo:

- Sea el número:  $120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$

$$S.D.(120) = \frac{2^4 - 1}{2 - 1} \cdot \frac{3^2 - 1}{3 - 1} \cdot \frac{5^2 - 1}{5 - 1}$$

$$S.D.(120) = 360$$

## Observación:

- Para todo número entero positivo, se cumple que:

$$\text{Total divisores de un número} = \text{Total divisores primos} + \text{Total divisores compuestos} + 1$$

- El número uno (la unidad), no es primo ni compuesto por tener un solo divisor (él mismo).

- La serie natural de los números primos es ilimitada.

- La descomposición canónica de un número es única.

- Los divisores primos de un número, son las bases de la descomposición canónica.

- Dos números consecutivos siempre son primos entre sí (PESI).

## Problemas para la clase

### Bloque I

- ¿Cuál de los siguientes números es primo?  
a) 211      b) 247      c) 391  
Rpta.: \_\_\_\_\_
- Entre 150 y 160, ¿cuántos números primos hay?  
Rpta.: \_\_\_\_\_
- Hallar la suma de los diez primeros números primos.  
Rpta.: \_\_\_\_\_
- Si la secuencia de números está formada sólo por números primos, hallar la suma de los números.  
a; a + 1; a + 5; a + 15; a + 21  
Rpta.: \_\_\_\_\_
- ¿Cuál de los siguientes conjuntos tienen como elementos números primos entre sí?  
A = {32; 25}  
B = {16; 10; 15}  
C = {18; 21; 33}  
Rpta.: \_\_\_\_\_
- Cuántos divisores tienen los números:  
a) 450      b) 720      c) 240  
Rpta.: \_\_\_\_\_
- Cuántos divisores primos tienen los números:  
a) 735      b) 1 170      c) 1 200  
Rpta.: \_\_\_\_\_
- ¿Cuántos divisores compuestos tiene el número 640?  
Rpta.: \_\_\_\_\_
- ¿Cuántos divisores compuestos tiene el número 900?  
Rpta.: \_\_\_\_\_

10. Calcular la suma de los divisores primos del número 3 465.

Rpta.: \_\_\_\_\_

11. ¿Cuántos números dividen exactamente al número  $30.18^3$ ?

Rpta.: \_\_\_\_\_

12. De los divisores de 750:

- ¿Cuántos son pares?
- ¿Cuántos son múltiplos de 6?
- ¿Cuántos son múltiplos de 15?

Rpta.: \_\_\_\_\_

13. ¿Cuántos divisores impares tiene el número 17 640?

Rpta.: \_\_\_\_\_

14. ¿Cuántos divisores de 3 600 son múltiplos de 15?

Rpta.: \_\_\_\_\_

15. Calcular la suma de los divisores de 1 440.

Rpta.: \_\_\_\_\_

16. Calcular la suma de los divisores de 3 024.

Rpta.: \_\_\_\_\_

17. Calcular la suma de los divisores compuestos del número 1 755.

Rpta.: \_\_\_\_\_

18. ¿Cuántos divisores compuestos tiene:  $14^6 - 14^4$ ?

Rpta.: \_\_\_\_\_

### Bloque II

1. Hallar la suma de los divisores primos del mayor número de cuatro cifras.

- 95      b) 115      c) 125
- 72      e) 84

2. Calcular la cantidad de divisores compuestos del número  $15^2 \cdot 20^3 \cdot 35^5$ .

- 124      b) 116      c) 499
- 216      e) 504

3. ¿Cuántos divisores de 540 no son múltiplos de 6?

- a) 12            b) 5            c) 8  
d) 15            e) 16

4. ¿Cuántos divisores de 49 140 terminan en 1; 3; 7 ó 9?

- a) 12            b) 16            c) 20  
d) 21            e) 18

5. ¿Cuánto suman los cuatro mayores divisores de 150?

- a) 360            b) 180            c) 375  
d) 420            e) 305

6. De todos los números que dividen exactamente a 20 400, ¿cuántos son impares?

- a) 10            b) 12            c) 15  
d) 16            e) 20

7. ¿Cuántos divisores de 73 200 son múltiplos de 15?

- a) 3 280            b) 3 450            c) 3 150  
d) 3 005            e) 3 225

8. ¿Cuántos divisores de 1 440 son múltiplos de 8 pero no de 3?

- a) 8            b) 10            c) 12  
d) 15            e) 16

9. ¿Cuántos rectángulos cuyos lados son números enteros de metros, tienen un área de 180 m<sup>2</sup>?

- a) 7            b) 9            c) 10  
d) 12            e) 15

10. ¿Cuántos divisores primos tiene el número  $\overline{ababab}$ , si:  $\overline{ab}$  es un numeral primo mayor que 37?

- a) 3            b) 4            c) 5  
d) 6            e) 7

### Autoevaluación

1. ¿Cuál de los siguientes numerales es primo?

- a) 133            b) 221            c) 137  
d) 161            e) 203

2. ¿Cuántos números primos existen entre 100 y 110?

- a) 3            b) 4            c) 2  
d) 1            e) 5

3. ¿Cuál de los siguientes numerales tiene la mayor cantidad de divisores?

- a) 540            b) 3 500            c) 792  
d) 720            e) 600

4. ¿Cuántos divisores menos tiene el número 160 que el número 480?

- a) 15            b) 12            c) 18  
d) 20            e) 5

5. ¿Cuántos divisores compuestos tiene el número 1 200?

- a) 26            b) 21            c) 20  
d) 30            e) 32

# Números primos II



## Problemas para la clase

### Bloque I

1. Calcular la cantidad de divisores de:  $15^3 \cdot 24^2$

Rpta.: \_\_\_\_\_

2. Calcular la cantidad de divisores de:  $21^2 \cdot 12^3$

Rpta.: \_\_\_\_\_

3. ¿Cuántos divisores compuestos tiene:  $36^3 \cdot 15^2$ ?

Rpta.: \_\_\_\_\_

4. Hallar "n", si:  $15^n \cdot 18$  tiene 96 divisores.

Rpta.: \_\_\_\_\_

5. Hallar "n", si:  $40^n \cdot 12$  tiene 216 divisores.

Rpta.: \_\_\_\_\_

6. Si:  $15 \cdot 24^n$  tiene 156 divisores, hallar "n".

Rpta.: \_\_\_\_\_

7. ¿Cuántos ceros hay que colocar a la derecha del numeral 15 para que el numeral formado tenga 84 divisores?

Rpta.: \_\_\_\_\_

8. Hallar "n", si:  $175^n$  tiene 120 divisores.

Rpta.: \_\_\_\_\_

9. Hallar "n", si:  $16^n$  tiene 45 divisores menos que  $18^n$ .

Rpta.: \_\_\_\_\_

10. Si:  $N = 144 \cdot 144 \cdot 144 \cdot \dots$  ("n" factores) tiene 228 divisores compuestos, ¿cuántos divisores tiene  $\sqrt[4]{N}$ ?

Rpta.: \_\_\_\_\_

11. Sabiendo que  $12^n$  tiene 88 divisores compuestos, ¿cuántos divisores tiene  $15^n$ ?

Rpta.: \_\_\_\_\_

12. Si:  $6^n \cdot 18^p$  tiene 77 divisores, hallar "n . p".

Rpta.: \_\_\_\_\_

### Bloque II

1. ¿Cuántos divisores tiene  $72^4 \cdot 21^3$ ?

- a) 312                      b) 396                      c) 624  
d) 405                      e) 20

2. ¿Cuántos divisores compuestos tiene  $35^3 \cdot 18^4$ ?

- a) 720                      b) 718                      c) 716  
d) 715                      e) 710

3. Si:  $40 \cdot 12^n$  tiene 80 divisores, hallar "n".

- a) 3                          b) 4                          c) 5  
d) 6                          e) 8

4. Si:  $15^n \cdot 45$  tiene 39 divisores compuestos, hallar "n".

- a) 3                          b) 4                          c) 5  
d) 6                          e) 8

5. Si el numeral  $20^n$  tiene 77 divisores múltiplos de 4, hallar "n".

- a) 4                          b) 5                          c) 6  
d) 8                          e) 9

