# Logaritmos I



## Introducción

En la época de los grandes descubrimientos, las operaciones aritméticas fueron clasificadas en tres especies: la primera especie la conformaban las operaciones de adición y sustracción; las de segunda especie eran la multiplicación y división; la potenciación y radicación eran de tercera especie. Resolver un problema de cálculo aritmético consistía en transformar uno de segunda o tercera especie en una especie inferior (primera especie) de manera que sea más sencilla.

Entonces el gran problema era hallar un proceso que permitiese transformar las operaciones de potenciación radicación, multiplicación y división en una división o sustracción y así que el matemático y teólogo escocés John Napier (1550 - 1617) publicó la primera tabla de logaritmos en el año 1614. Posteriormente, trabajando en forma independiente, el suizo Jose Bürgi (1552 - 1632), fabricante de instrumentos astronómicos matemático e inventor,

publica su tabla de logaritmos en 1620.

Una tabla de logaritmos consta de dos columnas de números. A cada elemento de la columna de la izquierda le corresponde su logaritmo que es el número ubicado a su derecha.

Si bien es cierto que realizar la tabla de logaritmos no ha sido sencillo, gracias a ella podemos multiplicar dos números sumando logaritmos, dividir dos números restando logaritmos, hallar una potencia multiplicando la base por el índice; es por ello que los logaritmos fueron indispensables durante tres siglos en el cálculo aritmético, el cual actualmente ha sido sustituido por las máquinas electrónicas, sin embargo siguen ejerciendo un papel importante en el campo de las ciencias químicas, físicas, economía, estadística, etc.

A lo largo de la historia se han establecido muchas tablas de logaritmos, pero la más usual es la de los logaritmos decimales, la cual fue elaborada por el matemático inglés Henry Brigss (1561 - 1631) en colaboración con Napier.

Actualmente los logaritmos se utilizan para trabajar cantidades sumamente elevadas, reduciéndolas a escalas más pequeñas, donde se pueden trabajar cómodamente, utilizando lo que se conoce como "papel logarítmico".

## Definición

Se denomina logaritmo de un número real positivo al exponente a que se debe elevar una base positiva y distinta de la unidad, para obtener una potencia igual al número propuesto, es decir:

$$\log_b N = x \leftrightarrow b^x = N$$

donde:
- x: logaritmo $x \in \mathbb{R}$
- b: base ($b > 0$; $b \neq 1$)
- N: número al cual se le toma logaritmo ($N > 0$)

Ejemplos:

- $\log_5 25 = 2$; porque: $5^2 = 25$
- $\log_2 32 = 5$; porque: $2^5 = 32$
- $\log_{1/3} 9 = -2$; porque: $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 9$
- $\log_3 1 = 0$; porque: $3^0 = 1$

## Identidad fundamental

De la definición, se desprende que:

$$b^{\log_b N} = N \qquad N > 0;\ b > 0;\ b \neq 1$$

Ejemplos:

- $5^{\log_5 3} = 3$
- $7^{\log_7 2} = 2$

Efectuar:

$$4^{\log_2 5} + 27^{\log_3 4}$$

<u>Solución</u>:

$$\rightarrow 4^{\log_2 5} + 27^{\log_3 4} = (2^2)^{\log_2 5} + (3^3)^{\log_3 4}$$

$$= (2^{\log_2 5})^2 + (3^{\log_3 4})^3 = (5)^2 + (4)^3 = 89$$

A continuación vamos a ver las propiedades de los logaritmos que cumplen para cualquier sistema de logaritmos.

## Propiedades generales de los logaritmos

1. $\log_b 1 = 0$ $\rightarrow \log_5 1 = 0$

2. $\log_b b = 1$ $\rightarrow \log_7 7 = 1$

3. $\log_x ab = \log_x a + \log_x b$ $\rightarrow \log_2(15)$
$\rightarrow \log_2(3)(5)$
$\rightarrow \log_2 3 + \log_2 5$

4. $\log_x a/b = \log_x a - \log_x b$ $\rightarrow \log_2 5/9$
$\rightarrow \log_2 5 - \log_2 9$

5. $\log_x b^n = n\log_x b$ $\rightarrow \log_2 2^{100}$
$\rightarrow 100\log_2 2$
$\rightarrow 100$

## Cologaritmo

Se define como cologaritmo de un número al logaritmo del inverso multiplicativo de dicho número, es decir:

$$\text{colog}_b N = \log_b\left(\frac{1}{N}\right)$$

## Antilogaritmo

$$\text{antilogaritmo}_b N = b^N$$

Nota:

$$\log_b(\text{antilog}_b N) = N; \quad \text{antilog}_b(\log_b N) = N$$

**Cambio de base:**

$$\log_b a = \frac{\log_x a}{\log_x b}$$

**Regla de la cadena:**

$$\log_b a . \log_c b . \log_d c = \log_d a$$

### ➲ Problemas resueltos

1. Calcular el valor de las siguientes expresiones:

- $\log_3 81 = 3^x = 81 \rightarrow x = 4$
- $8^{\log_8 a} = a$; (identidad fundamental)
- $\log_4(3x) = \log_4 3 + \log_4 x$; $(x > 0)$
- $\log_3\left(\frac{5}{4}\right) = \log_3 5 - \log_3 4$
- $\text{antilog}_4 2 = 4^2 = 16$

2. El logaritmo de qué número en base $2\sqrt{2}$ es 8.

Solución:

$$\log_{2\sqrt{2}} N = 8 \rightarrow (2\sqrt{2})^8 = N$$
$$\rightarrow 2^8 . \sqrt{2}^8 = N$$
$$N = 4\,096$$

3. Calcular el logaritmo de 64 en base $\sqrt[3]{2}$.

Solución:

$$\log_{\sqrt[3]{2}} 64 = x$$
$$\rightarrow (\sqrt[3]{2})^x = 64$$
$$2^{x/3} = 2^6$$
$$\frac{x}{3} = 6 \rightarrow x = 18$$

4. El logaritmo de $2\sqrt{3}$ en base "x" es 0,1. Hallar "x".

Solución:

$$\log_x 2\sqrt{3} = \frac{1}{10}$$
$$x^{1/10} = 2\sqrt{3} \rightarrow x = (2\sqrt{3})^{10}$$
$$x = 2^{10} . \sqrt{3}^{10} = x = 248\,832$$

5. Hallar "x" en:

$$\log_{\sqrt[3]{x}} 16 = 4$$

Solución:

$$\sqrt[3]{x}^4 = 16 \rightarrow x = \sqrt[4]{16}^3$$
$$x = 2^3 \rightarrow x = 8$$

### Problemas para la clase

1. Calcular el valor de las siguientes expresiones:

* $\log_4 16$
* $\log_8 32$
* $\log_{25}\sqrt{25}$
* $\log_3 243$
* $\log_{\sqrt{7}} 343$
* $\log_{0,\hat{3}}\left(\frac{1}{9}\right)$

2. El logaritmo en base 1/3 del número 1/729 es:

a) 3 b) 6 c) 9
d) 12 e) 18

3. Calcular el valor de:

$$J=\sqrt[\log_2 3]{\sqrt[\log_3 5]{\sqrt[\log_5 2]{5^{\log_5 3}}}}$$

a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) N.A.

4. Si: $L=\log_{\sqrt{3}}[\log_2(\log_2 256)]$

Hallar: $\frac{L-1}{2}$

a) 1 b) $\frac{1}{2}$ c) 2

d) 0 e) $\frac{3}{2}$

5. Simplificar la expresión:

$$G=\log\left(\frac{75}{16}\right)-\log\left(\frac{50}{81}\right)+\log\left(\frac{32}{243}\right)$$

a) 1 b) 0 c) -1

d) $\frac{1}{2}$ e) $-\frac{1}{2}$

6. Calcular:

$$M=\sqrt[\log_7 2]{\sqrt[\log_3 7]{\sqrt[\log_5 3]{\sqrt[\log_2 5]{11^{\frac{\log 4}{\log 11}}}}}}$$

a) 4 b) 3 c) 2
d) 1 e) 0

7. Si:

$$A=\log 3.\log_{\sqrt{3}}\sqrt{10}$$
$$B=\log_{\sqrt{5}}\sqrt{8}.\log_{\sqrt{2}}25$$

Hallar: $\frac{B-A}{11}$

a) 0 b) 1 c) 2
d) 3 e) 4

8. Calcular:

$$\log_{0,\hat{6}}\left(\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{12}}\right)+\log_{\frac{3}{5}}\left(\sqrt[3]{\frac{9}{15}}\right)^{-1}+\log_{0,5}\sqrt{\frac{2}{\sqrt[3]{4}}}$$

a) $\frac{1}{6}$ b) $-\frac{1}{2}$ c) 0

d) $\frac{1}{2}$ e) $-\frac{1}{6}$

9. Efectuar:

$$\frac{3}{\log_2 45+3}+\frac{2}{\log_3 40+2}+\frac{1}{\log_5 72+1}$$

a) $\log_5 2$ b) $\frac{1}{5}$ c) $\log_2 5$

d) 1 e) $\frac{1}{2}$

10. Reducir:

$$\sqrt{\frac{1}{\log_2 15+1}+\frac{1}{\log_3 10+1}+\frac{1}{\log_5 6+1}}$$

a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{1}{2}$ c) 0
d) -1 e) 1

11. Calcular:

$$J=\sqrt[3]{5^{\frac{1}{\log_7 5}}+\frac{1}{\sqrt{-\log\left(\frac{1}{10}\right)}}}$$

a) 2 b) 1 c) -1
d) 8 e) 0

12. Calcular el valor de:
$R=\log_5 2.\log 2+\log_2 5.\log 5-\log_5 10.\log_2 10$

a) -1 b) -3 c) -2
d) 1 e) 0

13. Calcular:
$$\ln e+\ln e^2+\ln e^3+\ldots+\ln e^{x+1}$$

a) x b) $\frac{x+1}{2}$

c) $\frac{x(x+1)}{2}$ d) $\frac{(x+1)(x+2)}{2}$

e) $\frac{(x-1)x}{2}$

14. Si: $a \circledcirc b=(\log a).(\log b)$

Hallar: $3^{5 \circledcirc 9}$ 3 3

a) 27 b) 45 c) 15
d) 25 e) 18

15. Hallar el valor de:

$$J = \log_b\{\text{anti}\log_{b^2}[\log_{b^3}(\text{anti}\log_{b^4} 3)]\}$$

a) 2 b) 8 c) 12
d) 4 e) 6

16. Indicar el valor de la expresión:

$$\log_{0,25}\frac{\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}}{8} + \log_{0,04}\sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5....}}}$$

a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{1}{8}$ c) $\frac{1}{4}$

d) $-\frac{1}{8}$ e) $-\frac{15}{16}$

17. Si: $10^x = 18$; $10^y = 12$, calcular "$\log_{10}6$" en términos de "x" e "y".

a) $\frac{x - y}{2}$ b) $\frac{x + y}{2}$ c) $\frac{x + y}{3}$

d) $\frac{x - y}{3}$ e) $\frac{x + y}{4}$

18. Calcular:

$$\log_{0,4}\frac{1}{5}\sqrt[3]{50} + \log_{0,32}\frac{2\sqrt{2}}{5}$$

a) $\frac{5}{6}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{2}$

d) $\frac{1}{6}$ e) $\frac{5}{3}$

19. Reducir la expresión:

$$\log_2 5^{\log_5 2^{\log_2 7^{\log_7 5^{\log_5 8}}}}$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

20. Si: $\log_3 5 = a$ ; $\log_3 2 = b$. Hallar "$\log_3(2,7)$" en función de "a" y "b".

a) $\frac{a + b}{2}$ b) 3 + a - b c) $\frac{a + b}{3}$

d) 3 - a - b e) a - b - 3

21. Simplificar:

$$\{49^{\log_7 6}\}^{\log_3 5^{\log_2 3^{\log_5 2}}}$$

a) 36 b) 9 c) 7
d) 18 e) 14

22. Efectuar:

$$\text{anti}\log_2 b^{\left[\frac{1+\log_b a}{1+\log_a b}\right].\log_a 5}$$

a) 8 b) 32 c) 16

d) 2 e) $\frac{1}{2}$

23. Si: {x; y; z; w} $\in$ IR$^+$ - {1} y además:

$$\left(\frac{\log_5 x}{\log_5 y}\right).\left(\frac{\log_7 y}{\log_7 z}\right).\left(\frac{\log_9 z}{\log_9 w}\right) = 2$$

Calcular: $\frac{w^2}{x}$

a) $\frac{1}{2}$ b) 0 c) 1

d) $-\frac{1}{2}$ e) -1

24. Sean: a, b, c $\in$ IR - {1}, simplificar:

$$\frac{10^{\log 100}}{\log_a bc + 1} + \frac{10^{\log 100}}{\log_b ac + 1} + \frac{10^{\log 100}}{\log_c ab + 1}$$

a) 1 b) -100 c) $100^{-1}$
d) 100 e) -1

25. Calcular:

$$\text{antilog}_{3\sqrt{3}}(\log_{\sqrt{2}}(\text{antilog}_{4\sqrt{2}}(\text{co}\log_{6\sqrt{2}} 8)))$$

a) $3^2$ b) 27 c) $-\frac{1}{27}$

d) $\frac{1}{27}$ e) $-\frac{1}{9}$

26. Hallar el valor de:

$$\log_{5\sqrt{3}}\{\text{anti}\log_3[\text{co}\log_{\sqrt{2}}(\log_{\frac{9}{5}}(\log_{125}\text{anti}\log_5 \log_{4\sqrt{2}}\sqrt{2}))]\}$$

a) 6 b) 8 c) 10
d) 12 e) 4

27. A qué es igual:

$$E = \sqrt[\log_2 3]{81}$$

a) 4 b) 9 c) 16
d) 25 e) 49

28. Siendo: $\log_{42}2 = a$ ; $\log_{42}3 = b$
Hallar: $\log_{42}49$

a) $1 + a - b$ b) $2(1 + a + b)$ c) $3(1 - a - b)$
d) $2(1 - a - b)$ e) $a - b + 2$

29. Indicar V o F según corresponda:

I. $\log_2(xy) = \log_2|x| + \log_2|y|$ / $xy > 0$
II. $\log_{\sqrt{2}}(x + y) = \log_{\sqrt{2}}x + \log_{\sqrt{2}}y$; cuando: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1$; donde: $x, y \in \mathbb{R}^+$.
III. $\log_2(-2)^4 = 4\log_2|-2| = 4$

a) VFV b) VVF c) VFF
d) FVV e) VVV

30. Al reducir:

$$\text{co}\log_4^{-1}\ \log_2\ \log_2^2\ \text{anti}\log_4\ (\log_{1,4} 1{,}96)$$

Se obtiene:

a) 1 b) -1 c) $\frac{1}{2}$
d) $-\frac{1}{2}$ e) 0

## Autoevaluación

1. Hallar: $\log_3 \sqrt[5]{3}$

a) $\frac{1}{3}$ b) 5 c) $\frac{1}{5}$
d) $\sqrt[5]{3}$ e) $\sqrt{5}$

2. Calcular:

$$\log_2\left(\frac{37}{23}\right) + \log_2\left(\frac{3}{74}\right) - \log_2\left(\frac{3}{92}\right)$$

a) 2 b) $\frac{1}{2}$ c) 1
d) 3 e) $\frac{3}{4}$

3. Calcular: $\log_2 32 + \log_{1/4}16$

a) 7 b) 2 c) 4
d) 1 e) 3

4. Resolver: $a^x = b$

a) $\frac{a}{b}$ b) $\frac{\log b}{\log a}$ c) $\frac{\log a}{\log b}$
d) 1 e) $\frac{b}{a}$

5. Hallar "x", si: $\log_4 x = 1{,}5$

a) 4 b) $\frac{3}{2}$ c) 8
d) 6 e) 2

# Logaritmos II

He aquí un ingenioso rompecabezas algebraico que nos trajo a los delegados de un congreso físico celebrado en Odesa. Proponen el siguiente problema:

"Expresar el siguiente número entero y positivo mediante tres números "dos" y signos matemáticos".

<u>Solución</u>:

- Mostramos en un ejemplo la solución de este problema.
- Supongamos que el número raro es el "3", en este caso el problema se resuelve así:

$$3 = -\log_2 . \log_2 \sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}$$

Es fácil convencerse de la veracidad de tal igualdad. En efecto:

$$\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}} = [(2^{1/2})^{1/2}]^{1/2} = 2^{1/8} = 2^{2^{-3}}$$

también: $\log_2 2^{2^{-3}} = 2^{-3}$

luego: $-\log_2 2^{-3} = 3$

- Si el número fuera 5, resolveríamos por los mismos procedimientos:

$$5 = -\log_2 . \log_2 \sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}}}$$

- Se tiene presente que siendo la raíz cuadrada, se omite el índice de la misma.
La solución general del problema es como sigue, si el número dado es "N":

$$\rightarrow N = -\log_2 \log_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\ldots\sqrt{2}}}}}_{\text{"N" veces}}$$

\# de radicales = # de unidades del número dado

## ➲ Problemas resueltos

1. Calcular el logaritmo de 4/9 en base 3 3/8.

<u>Solución</u>:

$$\log_{3\frac{3}{8}} \frac{4}{9} = x$$

$$\rightarrow \left(\frac{27}{8}\right)^x = \frac{4}{9}$$

Resolviendo la ecuación exponencial:

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{3x} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{3x} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-2}$$

Luego:

$$3x = -2 \rightarrow x = -\frac{2}{3}$$

2. Hallar "n" en:

$$\log n = 3\log 6 - 2\log 3$$

<u>Solución</u>:

$$\log n = \log 6^3 - \log 3^2$$

$$\log n = \log \frac{216}{9}$$

$$\rightarrow n = 24$$

3. Si: $F_{(x)} = \log_{10} x$
Hallar:

$$E = F_{(1)} + F_{(0,1)} + F_{(0,01)} + F_{(0,001)}$$

<u>Solución</u>:
Con la ley dada:

$$E = \log_{10} 1 + \log_{10} 0,1 + \log_{10} 0,01 + \log_{10} 0,001$$

$$E = 0 + (-1) + (-2) + (-3)$$

$$E = -6$$

4. Resolver:

$$\log_6 x . \log_x 2x . \log_{2x} 3x = \log_x x^2$$

<u>Solución</u>:
Regla de la cadena en el primer miembro:

$$\log_6 x . \log_x 2x . \log_{2x} 3x$$

$$\rightarrow \log_6 3x$$

Luego:

$$\log_6 3x = \log_x x^2$$

$$\rightarrow \log_6 3x = 2\underbrace{\log_x x}_{1}$$

$$\log_6 3x = 2 \rightarrow 6^2 = 3x \rightarrow x = 12$$

5. Hallar el valor de "x" sabiendo que se cumple la siguiente igualdad:

$$\log_k 32 . \log_x k = 5$$

Solución:

Regla de la cadena en el primer miembro:

$$\log_k 32 . \log_x k = \log_x 32$$

Luego:

$$\log_x 32 = 5$$

$$x^5 = 32 \rightarrow x = \sqrt[5]{32} \rightarrow x = 2$$

## ***Problemas para la clase***

1. Calcular el valor de "x" que satisface la igualdad:

   * $\log_x 4 = 2/3$
   * $\text{antilog}_2 x = 32$
   * $\log_{0,\hat{6}} x = 3$
   * $\log_{25} 1 = x$

2. Determine el valor de "a" en las siguientes ecuaciones:

   * $2^a = 3$
   * $3^a + 3^{a+1} = 20$
   * $5^a = 10$
   * $(1/2)^a = 2$

3. Indique el valor de "x" que cumple:

$$\log_2(\log_5 x) = 1$$

a) 5 b) 25 c) 1

d) 125 e) $\frac{1}{25}$

4. Resolver:

$$\log [x^{(\log_x y)(\log_y z)(\log_z \{x-3\})}] = \log 5$$

a) 2 b) 3 c) 4
d) 8 e) 9

5. Si:

$$\log\left(1-\frac{1}{3}\right) + \log\left(1-\frac{1}{4}\right) + \log\left(1-\frac{1}{5}\right) + \ldots + \log\left(1-\frac{1}{n}\right) = -3$$

Hallar "n"

a) $10^3$ b) $20^{-3}$ c) 2000

d) 3000 e) $\frac{1}{1000}$

6. Determinar "x" si:

$$\log_b x^{x^{x^n}} = x^{n-x}$$

donde: $b = x^{x^x}$

a) $\sqrt[n]{n}$ b) $n^n$ c) $\frac{1}{n^n}$

d) $\frac{1}{\sqrt[n]{n}}$ e) $\frac{1}{n}$

7. Resolver:

$$\log_8 \sqrt{\log_4 \sqrt{\log_2 16}} = x$$

a) $\frac{1}{2}$ b) $-\frac{1}{2}$ c) -4

d) $\frac{1}{6}$ e) $-\frac{1}{6}$

8. Determinar el valor de "x" en:

$$\log_2 x + \log_4 x = 3$$

a) 2 b) 4 c) 3
d) 5 e) 6

9. Si:

$$\log 4(2x + 1) + \log 2(4x + 2) = 2$$

Hallar "x".

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{2}{3}$

d) $\frac{1}{4}$ e) $\frac{3}{4}$

10. Calcular "a", dada la siguiente igualdad:

$$x^{\log_x (x+2)} + 5^{\log_5 x} = 3^{\log_3 12}$$

a) 4 b) 5 c) 6
d) 8 e) 10

11. Hallar el valor de "x":

$$\log_3(5x - 1) + \text{colog}_3(3x - 5) = 2$$

a) 1 b) 2 c) 4
d) 8 e) 16

12. Calcular el valor de "x".

$$\text{antilog}_x \text{antilog}_x x = 16$$

a) 0 b) 1 c) 2
d) 4 e) 6

13. Resolver:

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 11 \\ \log x - \log y = 1 \end{cases}$$

a) $-\frac{10}{3};\frac{1}{3}$  b) $\frac{10}{3};\frac{1}{3}$

c) $1;\frac{1}{3}$  d) $\frac{2}{3};\frac{10}{3}$

e) $\frac{5}{3};\frac{1}{3}$

14. Al resolver:

$$\begin{cases} 25^{x^2} = \sqrt{5}^{\,y^2} \\ \ln x = 2\ln y \end{cases}$$

Hallar "x + y"

a) $\frac{1}{4}$  b) $\frac{1}{2}$  c) $\frac{3}{4}$
d) 1  e) 0

15. Si se cumple:

$$\log\left(\frac{p^2+q^2}{2}\right) = \log p + \log q$$

Hallar: $\log_p q + \log_q p$

a) 2  b) 4  c) 6
d) 8  e) 10

16. Luego de resolver:

$$\log_{x+1}(5x+19) = 2$$

la solución es:

a) 1  b) 3  c) 2
d) 5  e) 6

17. Resolver:

$$\log^2 x - 7\log x = -12$$

e indicar el producto de soluciones.

a) $10^5$  b) $10^2$  c) $10^7$
d) $10^8$  e) $10^3$

18. Resolver:

$$\log^2 x + 3\log x + 2 = 0$$

e indicar la mayor solución.

a) $10^2$  b) $10^{-2}$  c) 10
d) $10^{-1}$  e) 1

19. Resolver:

$$\log^2 x - 5\log x - 6 = 0$$

e indicar el producto de sus soluciones.

a) 10  b) $10^2$  c) $10^3$
d) $10^4$  e) $10^5$

20. Resolver e indicar el producto de las soluciones de la ecuación:

$$1000^{\log 3} = 3^{x^2-5x+9}$$

a) 2  b) 4  c) 6
d) 8  e) 10

21. Calcular "x" en la ecuación:

$$\text{antilog}_x\ \text{antilog}_{4\sqrt{2}}\ \text{antilog}_2\ 3 = 625$$

a) 1  b) 3  c) 2
d) 5  e) 7

22. Si resolvemos el sistema de ecuaciones:

$$e^{x+y} = 12\ ;\ e^{x-y} = 3$$

donde: e = 2,718281...
¿Cuál es el valor de "y"?

a) ln4  b) ln2  c) ln2 + ln3
d) ln3  e) ln6

23. Si: $\log_{xyz} x = -4$; calcular el valor de:

$$\frac{1}{\log_y xyz} + \frac{1}{\log_z xyz}$$

a) 1  b) 2  c) 3
d) 4  e) 5

24. Hallar "x" en la ecuación:

$$\frac{1}{\log_{x+3}10} + \frac{1}{\log_{x+1}10} = \log 15$$

a) 1  b) 2  c) 3
d) 4  e) 5

25. Resolver:

$$25^{\log_5 x} - 3^{\log_{27} x^3} - 6^{\log_6 12} = \log_5 1$$

a) 2  b) 4  c) 6
d) 8  e) 10

26. Resolver:

$$5\log_2 x - 3\log_4 x = 28$$

a) 4  b) 8  c) 16
d) 32  e) 256

27. Si: $a = x^{\log y}$ ; $b = y^{\log x}$
Reducir:

$$\frac{\log\left(\frac{a+b}{2}\right)}{\log(ab)}$$

a) 1 b) $\frac{1}{2}$ c) -1

d) $-\frac{1}{2}$ e) 0

28. Resolver:

$$\begin{cases} \log x + \log y = 8 \\ x^{\log y} = 10^7 \end{cases}$$

Calcular el mayor valor de: x/y

a) $10^6$ b) $10^{-6}$ c) $10^{1/6}$
d) $10^{-1/6}$ e) $10^{1/3}$

29. Resolver:

$$x\log 3 + 4\log(\log 5) = 4\log(\log 125)$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

30. Resolver:

$$2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3} = 140$$

a) 1 b) 10 c) log2
d) 2 e) $\log_2 10$

## Autoevaluación

1. Hallar "x" en: $\log_8 x = \frac{1}{3}$

a) $\sqrt[3]{6}$ b) 2 c) 3
d) 1 e) 24

2. Hallar el logaritmo de 16/81 en base 4/9.

a) 2 b) 3 c) -3

d) $\frac{1}{4}$ e) $\frac{1}{2}$

3. Resolver: $9^{\log 9\,(1+13x)} = (22 + 10x)$

a) 6 b) 7 c) 8
d) 9 e) 10

4. Simplificar:

$$\log_5\left(1+\frac{1}{2}\right) + \log_5\left(1+\frac{1}{3}\right) + \log_5\left(1+\frac{1}{4}\right) + \ldots + \log_5\left(1+\frac{1}{49}\right)$$

a) 5 b) 4 c) 3
d) 2 e) 1

5. Calcular: $\text{antilog}_2 4 + \text{antilog}_3 3$

a) 42 b) 48 c) 43
d) 3 e) 1