

Fracciones



Cuando estudiamos el conjunto de los números naturales (\mathbb{N}), vimos que era necesario extender dicho conjunto a otro más amplio que nos permita efectuar la resta o sustracción para todos los casos, apareciendo entonces el conjunto de los NÚMEROS ENTEROS (\mathbb{Z}).

Pero ahora se nos presenta otra dificultad, al tratar de efectuar ciertas divisiones de números enteros, como por ejemplo:

- ¿Cómo divido una deuda de S/.150 en 18 cuotas? $150 \div 18$
- ¿Cómo divido una cuerda de cinco metros en dos partes iguales? $5 \div 2$
- ¿Cómo divido una torta en dos partes iguales? $1 \div 2$

En todos estos casos anteriores no encontramos solución en el conjunto de los números enteros, ante esta situación surge la necesidad de ampliar dicho conjunto a otro que en adelante llamaremos el CONJUNTO DE LOS NÚMEROS RACIONALES que lo reconoceremos por la letra \mathbb{Q} .

¿Qué es una fracción?

Una fracción es una división indicada de dos números enteros. En tal división, el divisor es **diferente de cero**.

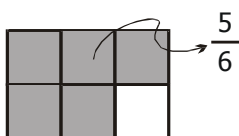
Es decir: $\frac{a}{b}$, donde: $b \neq 0$

Además "a" y "b" son los términos de la fracción y reciben el nombre de NUMERADOR y DENOMINADOR respectivamente.

Algunos significados de fracción

La fracción como parte de la unidad

Si dividimos un papel en seis partes iguales y pintamos cinco de dichas partes, entonces toda la parte pintada del papel la representamos por $\frac{5}{6}$



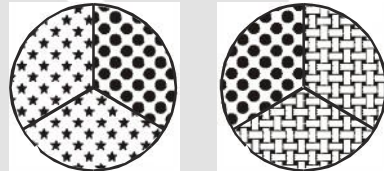
El denominador 6, representa la cantidad de partes iguales en que se ha dividido la UNIDAD.

El numerador 5, representa la cantidad de partes que se ha tomado de la unidad.

La fracción como cociente

Queremos repartir dos tortas entre tres niños en partes iguales, a cada uno le corresponde $\frac{2}{3}$ de la torta, esto significa que la fracción $\frac{2}{3}$ es el cociente de dividir dos entre tres; es decir:

$$2 \div 3 = \frac{2}{3} \text{ para cada niño}$$



La fracción como operador

"La mitad", "la tercera parte", "la cuarta parte", etc., son nombres de operadores que fraccionan. Así:

$$* \frac{1}{2} \text{ de } 8 = \frac{1 \times 8}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$* \frac{1}{3} \text{ de } 15 = \frac{1 \times 15}{3} =$$

$$* \frac{3}{5} \text{ de } 20 = \frac{3 \times 20}{5} =$$

Observación: La fracción " $\frac{a}{b}$ " es un operador que multiplica por "a" y divide entre "b", también se le conoce como "a" por "b".

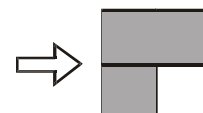
$$\text{Ej.: El 2 por 3 de 12 es: } \frac{2}{3} \times 12 = \frac{2 \times 12}{3} = \frac{24}{3} = 8$$

Comparación de una fracción con la unidad

Fracción propia

Se llama así cuando el numerador es menor que el denominador, estas fracciones son menores que la unidad.

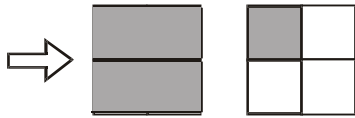
Ejemplo: De un pastel tomamos las $\frac{3}{4}$ partes.



Fracción impropia

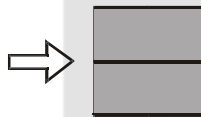
Se llama así cuando el numerador es mayor que el denominador, estas fracciones son mayores que la unidad.

Ejemplo: De un pastel no podemos servirnos las 5/4 partes, entonces tomamos dos pasteles así:



Observación: Si el numerador es igual al denominador, la fracción es igual a la unidad.

Ejemplo: De un pastel tomemos las 4/4 partes.



Transformación a mixtos

Llamamos números mixtos a una forma de representar las fracciones mayores que la unidad. Así:

$7\frac{1}{2}$ es un número MIXTO,

donde: la PARTE ENTERA es 7

la PARTE FRACCIONARIA es $\frac{1}{2}$

Este número MIXTO puede ser desdoblado también así:

$$7 + \frac{1}{2}$$

Entonces, también es cierto que:

$$7 + \frac{1}{2} = 7\frac{1}{2}$$

¿Cómo transformamos una fracción impropia a número mixto?

Veámoslo en un ejemplo:

* Transformar 17/3 a mixto.

Dividimos el **numerador** entre el **denominador**

$$\begin{array}{r} 17 \overline{) 3} \\ \underline{15} \\ 2 \end{array}$$

Cociente = 5; es la parte **entera**

Residuo = 2; es el **numerador** de la parte fraccionaria

Divisor = 3; es el **denominador** de la parte fraccionaria

Luego:

$$\frac{17}{3} = 5\frac{2}{3}$$

¿Cómo transformamos un mixto a una fracción impropia?

Para efectuar esta transformación, multiplicamos el denominador de la parte fraccionaria por la parte entera y a este producto le sumamos el numerador obteniendo así el numerador de la fracción buscada. El denominador es el mismo.

Del ejemplo anterior:

* Transformar $5\frac{2}{3}$ a fracción impropia:

$$5\frac{2}{3} = \frac{3 \times 5 + 2}{3} = \frac{17}{3}$$

Fracciones equivalentes

Dos fracciones:

$$\frac{a}{b} \text{ y } \frac{c}{d}$$

son equivalentes, si se cumple que:

$$ad = bc$$

Ejemplo:

$\frac{3}{5}$ y $\frac{9}{15}$ son equivalentes

$$\frac{3}{5} = \frac{9}{15} \text{ porque: } 3 \times 15 = 9 \times 5 \\ 45 = 45$$

Fracción irreducible

Si los términos de una fracción tienen como único divisor común a la unidad, dicha fracción es irreducible o irreducible.

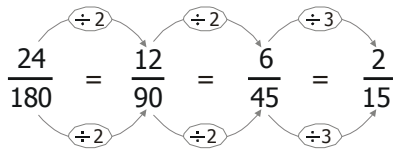
Ejemplo:

$$\frac{3}{5}$$

Simplificación de fracciones

Significa transformarla en otra equivalente y a la vez irreductible. Para lograrlo dividimos sucesivamente los términos de la fracción entre sus divisores comunes hasta lograr una fracción irreductible.

Ejemplo: Simplificar $\frac{24}{180}$



Relación de orden

Regla de productos cruzados

* ¿Cuál de las siguientes fracciones es mayor?

$$\frac{7}{9}; \frac{3}{5}$$

Hacemos:

$$35 \leftarrow \frac{7}{9} \times \frac{3}{5} \rightarrow = 27$$

y como: $35 > 27$

entonces: $\frac{7}{9} > \frac{3}{5}$

Transformando las fracciones a denominador común

* Ordenar las siguientes fracciones de menor a mayor:

$$\frac{5}{9}; \frac{2}{5} \text{ y } \frac{7}{12}$$

Paso 1: Hallamos el m.c.m. de los denominadores:

$$\text{m.c.m. } (9, 5, 12) = 180$$

Paso 2:

$$\begin{aligned} \times \left(\frac{5}{9} = \frac{100}{180} \right) & \quad \times \left(\frac{2}{5} = \frac{72}{180} \right) & \quad \times \left(\frac{7}{12} = \frac{105}{180} \right) \\ \downarrow & \quad \downarrow & \quad \downarrow \\ \frac{2}{5} & < \frac{5}{9} & < \frac{7}{12} \end{aligned}$$

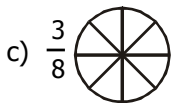
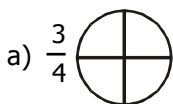
Paso 3: Ordenando de acuerdo a los numeradores:

$$\begin{aligned} \frac{72}{180} < \frac{100}{180} < \frac{105}{180} \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ \frac{2}{5} < \frac{5}{9} < \frac{7}{12} \end{aligned}$$

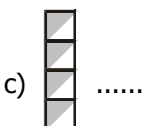
Problemas para la clase

Bloque I

1. En las siguientes figuras colorea la parte correspondiente a la fracción referida:



2. Escribe la fracción que representa la parte sombreada en cada caso:



e)

3. Calcular:

a) los $\frac{5}{8}$ de 32

f) el 5 por 7 de 21

b) los $\frac{2}{3}$ de 12

g) el 2 por 11 de 33

c) la tercera parte de 51

h) la mitad del 3 por 8 de 48

d) los $\frac{4}{9}$ de 63

i) el 4 por 5 de 20

e) los $\frac{2}{5}$ de 35

j) los tres tercios de cinco más los cinco quintos de tres

4. Escribe como mixto las siguientes fracciones:

- a) $\frac{8}{5}$ b) $\frac{11}{7}$
c) $\frac{13}{2}$ u) $\frac{15}{7}$
e) $\frac{17}{5}$ v) $\frac{137}{3}$
g) $\frac{141}{11}$ h) $\frac{103}{4}$
i) $\frac{78}{25}$ j) $\frac{51}{5}$

5. Escribe como fracciones los siguientes mixtos:

- a) $3\frac{1}{7}$ b) $7\frac{2}{3}$
c) $4\frac{1}{5}$ d) $2\frac{2}{7}$
e) $5\frac{1}{9}$ f) $13\frac{1}{2}$
g) $21\frac{2}{3}$ h) $18\frac{2}{7}$
i) $19\frac{1}{3}$ j) $37\frac{2}{3}$

6. Simplificar las siguientes fracciones:

- a) $\frac{4}{40}$ b) $\frac{75}{100}$
c) $\frac{36}{180}$ d) $\frac{16}{64}$
e) $\frac{72}{96}$ f) $\frac{64}{360}$
g) $\frac{24}{180}$ h) $\frac{253}{69}$
i) $\frac{18}{300}$ j) $\frac{768}{512}$

7. Escribe el signo "<" ">" o "=" según corresponda:

- a) $\frac{3}{5}$ $\frac{5}{8}$ b) $\frac{3}{51}$ $\frac{2}{33}$
c) $\frac{11}{24}$ $\frac{10}{13}$ d) $\frac{10}{17}$ $\frac{11}{13}$

- e) $\frac{12}{18}$ $\frac{10}{15}$ f) $\frac{20}{23}$ $\frac{7}{5}$
g) $\frac{1}{9}$ $\frac{13}{117}$ h) $\frac{13}{9}$ $\frac{9}{7}$

8. Ordena de menor a mayor las siguientes fracciones:

- a) $\frac{14}{17}$; $\frac{9}{13}$ y $\frac{7}{10}$ b) $\frac{3}{5}$; $\frac{3}{7}$ y $\frac{3}{10}$
c) $\frac{4}{9}$; $\frac{3}{8}$ y $\frac{3}{10}$ d) $\frac{3}{4}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{3}{5}$ y $\frac{4}{7}$
e) $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{4}{5}$ y $\frac{5}{6}$

Bloque II

1. Calcular $\frac{2}{7}$ de 2 604

- a) 744 b) 720 c) 644
d) 250 e) 764

2. ¿Cuál es el número que deberíamos escribir en el casillero para que la igualdad sea cierta?

$$\frac{2}{9} \text{ de } \boxed{} = 46$$

- a) 107 b) 207 c) 117
d) 213 e) 111

3. ¿Cuál es el número que deberíamos escribir en el casillero para que la igualdad sea cierta?

$$\frac{\boxed{}}{11} \text{ de } 143 = 26$$

- a) 1 b) 5 c) 3
d) 2 e) 4

4. Señalar la fracción menor:

- a) $\frac{5}{3}$ b) $\frac{2}{7}$ c) $\frac{1}{4}$
d) $\frac{2}{11}$ e) $\frac{11}{24}$

5. Si simplificamos una fracción, obtendremos $\frac{1}{3}$. Si la suma de sus términos es 28, calcular su diferencia.

- a) 10 b) 14 c) 15
d) 16 e) 18

6. Al simplificar una fracción obtendremos $\frac{2}{5}$. Si la diferencia de sus términos es 12, encontrar la suma de ellos.

- a) 28 b) 17 c) 22
d) 25 e) 26

7. ¿Cuál de las siguientes fracciones es menor que $\frac{1}{6}$?

- a) $\frac{5}{7}$ b) $\frac{3}{19}$ c) $\frac{42}{43}$
d) $\frac{2}{3}$ e) $\frac{5}{29}$

8. Los $\frac{4}{7}$ de la propina de Luis equivalen a S/.52. ¿Cuánto es la propina de Luis?

- a) S/.103 b) 83 c) 97
d) 91 e) 102

