

# Reparto proporcional



Muchos ejercicios de ingenio han sido originados por los problemas de reparto. El pueblo árabe fue uno de los que más se distinguió por este tipo de problemas, motivado en parte, porque su religión establece minuciosamente cómo deben efectuarse los repartos de herencia.

Por ejemplo, en el Corán, libro sagrado de los mahometanos se lee:

«De cuanto dejen vuestras esposas os corresponde la mitad siempre y cuando ellas no tengan prole; pero si la tienen, sólo os corresponderá la cuarta parte, después de satisfechos legados y deudas. Toca a ellas la cuarta parte de cuanto dejéis, si no tenéis prole, pero, si la teneis sólo les corresponde el octavo de cuanto dejéis, después de satisfechos legados y deudas. Si un difunto, hombre o mujer, en estado de Kalala (sin ascendientes ni descendientes) fuese heredado y tuviese un hermano o hermana, recibirá cada uno de ellos una sexta parte; pero si son más, coheredarán la tercera parte, después de satisfacer legados y deudas, sin perjudicar a nadie».

No es pues, nada raro que los árabes hayan propuesto interesantes problemas de herencias.

Aquí una de ellas:

"Un camellero al morir deja a sus tres hijos 23 camellos para repartir de la siguiente manera: al mayor la mitad, al mediano la cuarta parte y al menor la sexta parte".

Como el número no les permite hacer el reparto y cada uno quiere llevar más de lo que les correspondería, deciden llamar en su auxilio al anciano de la tribu.

Este resuelve el problema así:

- Les presto un camello, con el que sumamos ahora 24. La mitad de 24 es 12, ¿te conformas?

El mayor que sabe que la mitad de 23 es menor que 12, acepta alborozado.

- A ti te entregamos la cuarta parte de 24, o sea 6, ¿contento?

El mediano también se alegra, la cuarta parte de 23 es menor que 6.

- Y por último a ti te damos la sexta parte de 24, o sea 4. Antes te hubiera correspondido la sexta parte de 23 que es menor que 4. Resumiendo: 12 al mayor, 6 al mediano y 4 al menor suman 22. Tomo el camello que os presté y el restante me lo quedo por haber resuelto la disputa.

¿Podrías tú explicar éste misterioso reparto?

## ● Reparto proporcional

Los problemas que afrontaremos en este capítulo son más sencillos. Supongamos que Hugo desea repartir S/.200 entre sus cuatro ahijadas: Floribell, Fabiola, Fiorella y Carolina en proporción a sus edades que son: 15; 12; 8 y 5 años respectivamente. ¿Cómo podría repartirse?

Como puede observarse, Floribell, que tiene más edad, recibirá más, mientras que Carolina, que es la menor, recibirá menos; Fabiola y Fiorella recibirán cantidades intermedias.

¿Cuáles son las condiciones de nuestro problema?

Si lo que le toca a Floribell lo llamamos "A"; lo que le toca a Fabiola lo denominamos "B"; lo que le toca a Fiorella "C" y lo que le toca a Carolina lo llamamos "D", tenemos:

$$A + B + C + D = 200 \dots (1)$$

y además:

$$\frac{A}{15} = \frac{B}{12} = \frac{C}{8} = \frac{D}{5} \dots (2)$$

(para que las propinas sean directamente proporcionales a las edades).

Por propiedad de una serie de razones geométricas equivalentes:

$$\frac{A + B + C + D}{15 + 12 + 8 + 5} = \frac{A}{15}$$

$$\frac{A + B + C + D}{15 + 12 + 8 + 5} = \frac{B}{12}$$

$$\frac{A + B + C + D}{15 + 12 + 8 + 5} = \frac{C}{8}$$

$$\frac{A + B + C + D}{15 + 12 + 8 + 5} = \frac{D}{5}$$

Y teniendo en cuenta (1):

$$\frac{200}{40} = \frac{A}{15}; \quad \frac{200}{40} = \frac{B}{12}; \quad \frac{200}{40} = \frac{C}{8}; \quad \frac{200}{40} = \frac{D}{5}$$

De donde:

$$A = \frac{15 \times 200}{40}; \quad B = \frac{12 \times 200}{40}; \quad C = \frac{8 \times 200}{40};$$

$$D = \frac{5 \times 200}{40}$$

O sea:

$$A = S/.75; \quad B = S/.60; \quad C = S/.40; \quad D = S/.25$$

Con lo que nuestro problema queda resuelto.

### • Reparto proporcional inverso

El propietario de un taller propone repartir un premio de S/.1 560 entre tres operarios de acuerdo con su asistencia en un semestre. Ángel faltó 4 días, Braulio faltó 2 días y Carlos faltó 3.

¿De qué modo repartir? No parece justo repartir en forma directamente proporcional a 4, 2 y 3. Se puede convenir en repartir entonces en forma inversamente proporcional, de modo que quien faltó más recibe menos y viceversa.

Este reparto inverso se puede transformar en un reparto proporcional a los inversos de los números con lo que se obtiene:

$$A + B + C = 1\,560$$

$$y: \quad \frac{A}{\frac{1}{4}} = \frac{B}{\frac{1}{2}} = \frac{C}{\frac{1}{3}}$$

Multiplicando los denominadores (para convertirlos en números enteros) por 12 se tiene:

$$\frac{A}{3} = \frac{B}{6} = \frac{C}{4}$$

$$De\ donde: \quad \frac{A+B+C}{3+6+4} = \frac{A}{3} = \frac{B}{6} = \frac{C}{4}$$

O sea:

$$\frac{1560}{13} = \frac{A}{3} \quad \text{es decir:} \quad A = 120 \times 3 = S/.360$$

$$\frac{1560}{13} = \frac{B}{6} \quad \text{es decir:} \quad B = 120 \times 6 = S/.720$$

$$\frac{1560}{13} = \frac{C}{4} \quad \text{es decir:} \quad C = 120 \times 4 = S/.480$$

Cuando se efectúa la repartición proporcional a los inversos de ciertos números se dice que la repartición es inversamente proporcional a dichos números.

### • Reparto proporcional compuesto

Cuando se realiza un reparto en forma proporcional al producto de varios números, se está ante un reparto proporcional compuesto.

Por ejemplo:

Blanca desea repartir S/.220 entre sus tres hijos: Fabrizio, Rodrigo y Fernanda en forma proporcional a sus edades 9; 7 y 4 años respectivamente y a las notas que han obtenido en el curso de matemática: 16; 18 y 15 respectivamente.

Como puede observarse, aquí hay dos grupos de números para tomar como referencias para el reparto; pues bien, cuando esto ocurra, se repartirá en forma proporcional a los productos correspondientes de dichos números; es decir:

$$A + B + C = 220$$

$$y: \quad \frac{A}{9 \times 16} = \frac{B}{7 \times 18} = \frac{C}{4 \times 15}$$

$$De\ donde: \quad \frac{A+B+C}{144+126+60} = \frac{A}{144} = \frac{B}{126} = \frac{C}{60}$$

O sea:

$$\frac{220}{330} = \frac{A}{144} \quad \text{es decir:} \quad A = \frac{2}{3} \times 144 = S/.96$$

$$\frac{220}{330} = \frac{B}{126} \quad \text{es decir:} \quad B = \frac{2}{3} \times 126 = S/.84$$

$$\frac{220}{330} = \frac{C}{60} \quad \text{es decir:} \quad C = \frac{2}{3} \times 60 = S/.40$$

### • Regla de compañía

La regla de compañía se refiere a los problemas de repartir ganancias o pérdidas entre varios socios. Se pueden presentar cuatro casos:

1. Que los socios hayan colocado capitales iguales durante el mismo tiempo: se reparte la ganancia en forma equitativa.
2. Que los socios hayan colocado capitales distintos durante un mismo tiempo: la ganancia se repartirá en forma proporcional a los capitales.

- Que los socios hayan colocado el mismo capital durante distintos lapsos: la ganancia se repartirá en forma proporcional a los tiempos de permanencia de dichos socios en el negocio.
- Que los socios hayan colocado distintos capitales durante distintos tiempos: la ganancia se repartirá en forma proporcional a los productos de capital y tiempo correspondientes.

**\* Un caso práctico**

Sabiendo que el señor "A" colocó en una empresa S/.3 000 durante 7 meses; el señor "B" S/.2 300 durante  $1\frac{1}{2}$  años; y el señor "C" S/.4 500 durante dos cuatrimestres. Repartir una ganancia de S/.1 804 entre los tres socios.

Si consideramos todos los tiempos en meses tendríamos:

$$A + B + C = 1\ 804$$

$$\frac{A}{3\ 000 \times 7} = \frac{B}{2\ 300 \times 18} = \frac{C}{4\ 500 \times 8}$$

o simplificando:  $\frac{A}{35} = \frac{B}{69} = \frac{C}{60}$

De donde:  $\frac{A + B + C}{35 + 69 + 60} = \frac{A}{35} = \frac{B}{69} = \frac{C}{60}$

Es decir:

$$\frac{1\ 804}{164} = \frac{A}{35} \quad \text{o sea: } A = 11 \times 35 = \text{S}/.385$$

$$\frac{1\ 804}{164} = \frac{B}{69} \quad \text{o sea: } B = 11 \times 69 = \text{S}/.759$$

$$\frac{1\ 804}{164} = \frac{C}{60} \quad \text{o sea: } C = 11 \times 60 = \text{S}/.660$$

**¿Y si hay pérdidas?**

Repartir una pérdida de S/.500 entre "A", que aportó S/.1 000 colocados durante un año; "B" que aportó S/.1 500 colocados durante 8 meses, y "C", que aportó S/.800 colocados durante un semestre.

Bueno, la pérdida se reparte de forma similar a la ganancia, en forma proporcional a los capitales y tiempos. Considerando, entonces los tiempos en meses tendremos:

$$A + B + C = 500$$

$$y: \frac{A}{1\ 000 \times 12} = \frac{B}{1\ 500 \times 8} = \frac{C}{800 \times 6}$$

o, de forma más simple:  $\frac{A}{60} = \frac{B}{60} = \frac{C}{24}$

Luego:  $\frac{A + B + C}{60 + 60 + 24} = \frac{A}{60} = \frac{B}{60} = \frac{C}{24}$

o sea:

$$\frac{500}{144} = \frac{A}{60} \quad \text{es decir: } A = \frac{125}{36} \times 60 = 208,33$$

$$\frac{500}{144} = \frac{B}{60} \quad \text{es decir: } B = \frac{125}{36} \times 60 = 208,33$$

$$\frac{500}{144} = \frac{C}{24} \quad \text{es decir: } C = \frac{125}{36} \times 24 = 83,33$$

Tenemos entonces, la pérdida que corresponde a cada uno.

**Problemas para la clase**

**Bloque I**

- Al repartir \$ 1 560 en forma D.P. a los números 7; 3 y 2 la menor parte fue:
  - S/. 130
  - 260
  - 390
  - 520
  - 910
- Repartir S/. 2 740 en forma I.P. a los números 1; 2; 3; 4 y 5 e indicar la mayor parte.
  - S/. 120
  - 150
  - 900
  - 450
  - 1 200
- Un señor decide gastar toda su gratificación de medio año en sus cuatro hijos de manera proporcional a sus edades que son: 6; 7; 9 y 11 años. Si en el menor gastó S/. 240, ¿cuánto gastó en el segundo de los hermanos?
  - S/. 280
  - 320
  - 400
  - 360
  - 450
- Un abogado repartió una herencia de S/. 24 000 directamente proporcional a las edades de 3 hermanos que son: 64; 52 y 44 años. ¿Cuánto recibió el hermano menor?
  - S/. 3 300
  - 2 400
  - 6 600
  - 4 800
  - 5 400
- Al repartir "N" en forma inversamente proporcional a los números 15; 30 y 45 se obtuvo que la suma de la parte mayor y menor fue 456. Hallar "N"

- a) 627      b) 684      c) 527  
d) 762      e) 672

- Enunciado (6 al 9)  
Se desea repartir las ganancias en forma proporcional al capital y al tiempo que permanecieron en el negocio.

Socio	Capital \$	Tiempo (meses)
Paul Granthon	3 000	12
Giancarlos	5 000	12
Bryan Puch	2 000	8
Víctor Toledo	4 000	8
Víctor Torres	7 000	1

6. Si las ganancias fueron de \$ 16 761, ¿cuánto le corresponde a Víctor Torres?
- a) \$ 1 440      b) 1 554      c) 777  
d) 2 331      e) 3 108
7. ¿Cuánto de esa ganancia, le correspondería a Paul Granthon?
- a) \$ 3 999      b) 3 996      c) 3 494  
d) 3 969      e) 3 096
8. Si todos hubieran permanecido el mismo tiempo en el negocio. ¿Cuánto le correspondería a Giancarlos Villalobos de una ganancia de \$ 11 550?
- a) \$ 1 650      b) 3 850      c) 1 100  
d) 2 200      e) 2 750
9. En el mismo caso anterior (sin considerar el tiempo), ¿cuál es la diferencia entre las ganancias de Bryan Puch y Víctor Toledo?
- a) \$ 1 650      b) 3 850      c) 1 100  
d) 2 200      e) 2 750
10. Al repartir una cierta suma D.P. a 3; 5/3 y 7 e I.P. a 1/2; 4 y 3/2 se observó que la mayor parte excede a la menor en S/. 6 700. Indicar a cuánto asciende la suma repartida.
- a) S/. 14 300      b) 15 500      c) 14 400  
d) 13 300      e) 12 200

## Bloque II

1. Repartir 780 en partes I.P. a 15; 36 y 20. Indicar la diferencia entre la mayor y menor parte.
- a) 90      b) 120      c) 150  
d) 210      e) 180
2. Dividir el número 7 700 en partes D.P. a  $14^2$ ,  $70^2$  y  $21^2$  e I.P. a 2, 100 y 1/3. Dar la mayor de las partes como respuesta.

- a) 6 930      b) 6 500      c) 2 516  
d) 6 660      e) 6 666

3. Cuando se reparte una cantidad D.P. a 4, 8 y 12, la diferencia entre la mayor y menor de las tres partes es 480. ¿Cuál es la cantidad repartida?
- a) 1 200      b) 1 500      c) 1 440  
d) 1 750      e) 2 000
4. Si un número se reparte en forma D.P. a 4, 5 y 8 e I.P. a 3, 8 y 12 se observa que la menor diferencia entre las partes repartidas es 1 450. Hallar el número.
- a) 89 900      b) 94 250      c) 91 350  
d) 93 650      e) 92 800
5. Dividir 4 800 en tres partes de modo que la segunda sea el quintuple de la primera; la tercera es la tercera parte de las dos primeras. La mayor cantidad es:
- a) 1 800      b) 600      c) 2 400  
d) 3 600      e) 3 000
6. Se divide una suma de dinero ("N") en partes que son proporcionales a 3, 7, 5 y 12 observándose que la primera y la cuarta exceden a las otras dos juntas en S/.300. Hallar "N".
- a) S/.2 500      b) 2 700      c) 1 350  
d) 1 800      e) 2 900
7. Una cantidad se reparte en forma proporcional a  $\sqrt[3]{24k}$ ,  $\sqrt[3]{81k}$ ,  $\sqrt[3]{192k}$  resultando la menor de las partes 14. ¿Cuál es la suma de cifras de la cantidad repartida?
- a) 9      b) 10      c) 11  
d) 12      e) 13
8. Tres socios aportan 451, 253 y 187 pesos respectivamente para la formación de una empresa. Al cabo de cierto tiempo se obtiene un beneficio de 162 pesos, ¿cuánto ganó el que impuso menor capital?
- a) 82 pesos      b) 46      c) 34  
d) 51      e) N.A.
9. Tres personas forman una sociedad aportando cada uno de ellos igual capital, el primero de ellos lo impuso durante un año, el segundo durante 8 meses y el tercero durante un semestre. Al final se obtiene un beneficio de S/.1 950, ¿cuánto ganó el que impuso su capital durante mayor tiempo?
- a) S/.900      b) 600      c) 750  
d) 720      e) 780
10. Dos amigos reunieron un capital de S/.10 000 para hacer un negocio. El primero dejó su capital durante 3 meses y el otro durante 2 meses. Al terminar el negocio fueron las ganancias iguales. Averiguar el capital que impuso cada uno.

- a) S/.5 000 y S/.6 000
- b) 2 000 y 8 000
- c) 4 000 y 6 000
- d) 3 000 y 7 000
- e) N.A.

### Bloque III

1. Repartir 3 306 D.P. a los números  $0,36$ ;  $2\frac{1}{2}$ ,  $2\frac{1}{5}$  y  $0,45$ . El menor número de este reparto es:

- a) 216                      b) 215                      c) 214
- d) 218                      e) N.A.

2. Tres socios reunieron un capital para hacer un negocio. El capital del primero fue S/.12 000 y lo impuso durante 2 años; el segundo fue su capital la mitad del primero pero lo impuso durante 30 meses y el tercero su capital fue de S/.18 000 y lo impuso durante 6 meses. Al final se obtuvo una ganancia de S/.3 200. ¿Cuánto de ganancia obtuvo el tercero?

- a) S/.600                      b) 1 200                      c) 800
- d) 750                        e) N.A.

3. Se reparte \$100 en partes D.P. a  $m^2$ ,  $2m$  y  $1$ ; siendo "m" un número natural. Si la mayor cantidad al hacer el reparto es 64, hallar "m", mayor que 2.

- a) 3                              b) 4                              c) 5
- d) 6                              e) 7

4. Se desea repartir una cantidad proporcionalmente a tres números consecutivos. Si el reparto se hiciera proporcionalmente a los 3 siguientes números consecutivos, ¿cómo varía la segunda parte?.

- a) aumenta  $\frac{1}{3}$
- b) disminuye  $\frac{1}{6}$
- c) aumenta  $\frac{1}{4}$
- d) disminuye  $\frac{1}{3}$
- e) no varía

5. Repartir 3 562 en partes proporcionales a  $42^2$ ,  $28^3$ ,  $56^2$ . Dar como respuesta la suma de cifras del número que representa una de las partes.

- a) 6                              b) 9                              c) 7
- d) 8                              e) 10

6. Se propone a dos alumnos repartir proporcionalmente un número. Uno lo hace directamente a 3, 4 y 7; el otro lo hace directamente a los cuadrados correspondientes, encontrándose una diferencia de 480 en lo que corresponde a la primera parte. Hallar el número.

- a) 5 185                      b) 5 080                      c) 5 180
- d) 1 554                      e) 2 590

7. Un padre decide repartir una herencia en forma directamente proporcional a las edades de sus hijos que son: 6, 8 y 10 años, pero decide postergar el reparto hasta que el menor tenga la edad actual del mayor, por lo cual uno de los hijos recibe 4 000 soles más de lo que iba a recibir. El mayor recibió:

- a) S/.60 000                      b) 80 000                      c) 56 000
- d) 40 000                      e) N.A.

8. Tres individuos se asocian para un negocio que dura 2 años. El primero impone \$ 2 000 y al cabo de 8 meses, \$1 500 más. El segundo impone al principio \$5 000 y después de un año saca la mitad. El tercero, que había impuesto al principio \$ 2 500, saca a los 5 meses \$1 000 y dos meses más tarde agrega \$500. Si hay una pérdida de \$4 700, ¿cuánto le corresponde perder al primero?

- a) \$1 600                      b) 2 000                      c) 2 200
- d) 1 100                      e) 2 600

9. Dos individuos emprenden un negocio por 1 año. El primero empieza con \$500 y 7 meses después añade \$200. El segundo empieza con \$600 y 3 meses después añade \$300. ¿Cuánto le corresponde al segundo de un beneficio de \$3 380?

- a) \$1 400                      b) 1 980                      c) 1 600
- d) 1 440                      e) N.A.

10. Dos socios emprendieron un negocio que ha durado 2 años. El primero impone al principio \$ 1 500 y al año y medio retira \$500, el segundo empezó con \$2 000 y a los 8 meses retiró \$500. De una pérdida de \$5 110, ¿cuánto pierde cada uno?

- a) \$2 310 y \$2 800
- b) 2 300 y 2 810
- c) 2 570 y 2 540
- d) 3 210 y 1 900
- e) N.A.

