

Inecuaciones de primer grado



Este es un día de aquellos, en los que me encontraba conversando de lo lindo por teléfono, cuando de pronto escucho:

- _____!! ... ven un momento por favor ...

Era mamá ... "¿Qué será lo que quiere?" ... pensé ... ¡oh no! ... quizás ya se enteró de ese jarrón chino de la dinastía YA - KI - CHAN que rompí, o de los bigotes que le puse a la "Mona Lisa", o a lo mejor ya sabe que cambié la harina por el yeso que me sobró en la clase de Arte ¡¡Caramba, qué lío!! ... lo mejor será que vaya ...

- ¿Qué pasó ma'? - dije con voz temblorosa.
- ¿Y por qué esa cara de angustia? - me dijo - lo único que quiero es pedirte un favor.

"¡Uff! ... menos mal era esto" dije dentro de mí; así que ya recuperándome de la tembladera contesté:

- ¿Y cuál es ese favor excelentísima señora madre?
- Pues simplemente quiero que compres fruta al casero del mercado.

Y bueno, sacando cuentas, pasar de un castigo super duro por las cosas que hice, a hacer un mandado, era un puntazo a mi favor.

- OK ma', voy para allá ... pero me quedo con el vuelto, eh?
- Está bien - dijo mamá - acá tienes el dinero y la lista ... date prisa.

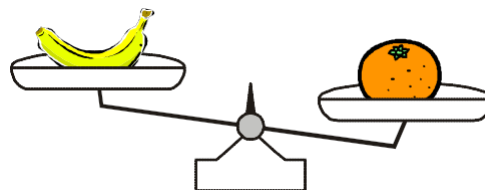
Fui al mercado, llegué al puesto del caserito (... que no era Mario Liberti o don Pepe...) y dije:

- Bueno días don Huasipungo ...
- Hola _____ ¿en qué puedo servirte?
- Deme la fruta de esta lista don "Huasi" ... pero con su yapa ... OK?

Pasaron unos minutos y el pedido estaba hecho; pagué con un billete de S/. 200.00, pero ...

- ¿Cómo de que no tiene sencillo don "Huasi"? ... y ahora? Busque bien, a lo mejor bajo la papaya, o bajo esas manzanas ...
- Lo único que tengo son estos dólares ... (ustedes saben "CASERITOS GLOBALIZADOS"...) pero aún así no alcanza. Voy a cambiar tu billete con algunos de mis compañeros, regreso en cinco minutos.

Y mientras don "Huasi" estaba fuera, decidí jugar un poco con las frutas (ya saben, simple curiosidad). Puse algunas en la balanza tratando de hacer equilibrio, pero obtuve lo siguiente:



Trataba de conocer el peso de las frutas, digamos de un plátano. Lo único que sabía era que cada naranja pesaba 200 gramos.

Estuve pensando y pensando, y obtuve los posibles valores del plátano:

190 g; ó 185 g; ó 183 g; etc.

Justo en ese momento llegó don "Huasi":

- ¡Listo _____!, aquí tienes el vuelto. Gracias por tu compra.
- Gracias, hasta luego - y después regresé a casa.

Lo anterior pudo haber sido escrito de manera matemática, así:

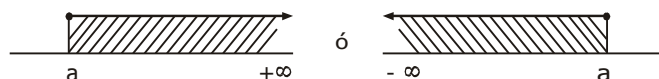
$$\underbrace{X}_{\text{Peso del plátano}} < \underbrace{200}_{\text{Peso de la naranja}}$$

Esta es una Inecuación y los valores hallados: 190; 185; 183; etc. corresponden al conjunto solución (C.S.)

PARTE TEÓRICA

• **Inecuación:** Es la desigualdad que podría establecerse entre dos polinomios, verificable para ciertos valores de la incógnita.

• **Inecuación de primer grado:** Es la desigualdad entre dos polinomios de primer grado, siendo el C.S. (es decir los valores que puede tomar la incógnita) de la forma:



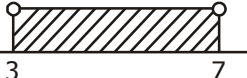
• ¿Cómo se resuelve una inecuación? Se resuelve de manera idéntica a la ecuación, procurando mantener a la incógnita con coeficiente positivo.

1. Los valores que verifican una inecuación, es decir su C.S., son INTERVALOS.

2. Existen tres tipos de intervalos:

a. Intervalo abierto.- No se consideran los extremos:

Ejemplo: Observa el siguiente intervalo y sus diferentes representaciones:

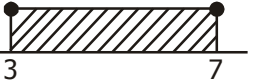
✓ Representación gráfica: 

✓ Representación simbólica: $(3; 7)$

✓ Representación algebraica: $3 < x < 7$

b. Intervalo cerrado.- Sí se consideran los extremos.

Ejemplo:

✓ Representación gráfica: 

✓ Representación simbólica: $[3; 7]$

✓ Representación algebraica: $3 \leq x \leq 7$

c. Intervalo semiabierto o semicerrado.- Es una mixtura de los anteriores.

Problemas para la clase

Bloque I

1. Utilizando la representación algebraica, expresa los siguientes intervalos:

- Los números reales comprendidos entre -5 y 8 incluyendo estos números.

Rpta.: _____

- Todos los números comprendidos entre -3 y 11.

Rpta.: _____

- Los números reales mayores o iguales a -1.

Rpta.: _____

- Todos aquellos números que sean menores que 4.

Rpta.: _____

- Los números reales comprendidos entre -1 y 7 incluyendo a este último:

Rpta.: _____

2. Expresa los siguientes conjuntos, mediante la representación simbólica de conjuntos.

$$J = \{x / -3 \leq x \leq 5\}$$

⇒ Rpta.: _____

$$Y = \{x / -5 < x \leq 3\}$$

⇒ Rpta.: _____

$$E = \{x / 7 \leq x < 9\}$$

⇒ Rpta.: _____

$$P = \{x / -6 < 3x\}$$

⇒ Rpta.: _____

$$G = \{x / 4x < 12\}$$

⇒ Rpta.: _____

$$D = \{x / 35x < 10\}$$

⇒ Rpta.: _____

Resolver las siguientes inecuaciones y dar su conjunto solución (C.S.)

3. $4x + 3(x - 1) \leq 5x + (1 - 2x)$

Rpta.: _____

4. $17 + 3x - (x + 2) \geq 4 - x$

Rpta.: _____

5. $4(1 - x) + 2(2 - x) \geq 5 - 11(x - 5)$

Rpta.: _____

6. $2x + 1 > 2 - (x - 8) + 13$

Rpta.: _____

7. Dar el C.S. de:

$$\frac{x + 3}{4} < 2 + \frac{x + 2}{3}$$

a) $[-23; +\infty[$

b) $[23; +\infty[$

c) $]-\infty; -23]$

d) $]-23; 23]$

e) $]-\infty; 23]$

8. Resolver:

$$\frac{2(x+1)}{5} < \frac{3(x-2)}{10}$$

- a) $[-10; +\infty[$ b) $]-\infty; -10]$ c) $]-\infty; 10]$
d) $]-\infty; 6]$ e) $[6; +\infty[$

9. Resolver:

$$\frac{x+5}{3} - \frac{x-2}{2} \leq \frac{x}{6} - 3$$

- a) $[17; +\infty[$ b) $]-17; +\infty[$
c) $[1; +\infty[$ d) $[1; +\infty[$
e) $]-17; +\infty[$

10. Resolver:

$$\frac{x-5}{4} - 2x \geq \frac{3x}{2} - 1$$

- a) $]-\infty; 2]$ b) $]-\infty; -3]$
c) $]-\infty; -\frac{1}{13}]$ d) $]-\infty; -\frac{1}{13}]$
e) $[\frac{1}{13}; +\infty[$

11. Indicar el C.S. de:

$$(x+4)(x-4) - (x+5)(x+1) > 2x - 7$$

- a) $]-\infty; 1]$ b) $]-\infty; \frac{7}{4}]$
c) $]-\infty; -\frac{7}{4}]$ d) $]-\infty; -\frac{7}{4}]$
e) $]-\frac{7}{4}; +\infty[$

12. Hallar el C.S. de:

$$(x+1)(x+2) - (x+3)(x-5) < -x - 1$$

- a) $[3; +\infty[$ b) $[3; +\infty[$ c) $]-\infty; 3]$
d) $]-\infty; -3]$ e) $]-\infty; 3]$

Bloque II

1. Resolver:

$$(2x-3)^2 > (2x+5)(2x-1)$$

- a) $]-\infty; \frac{7}{10}]$ b) $]-\infty; \frac{3}{10}]$
c) $[\frac{1}{2}; +\infty[$ d) $[\frac{2}{3}; +\infty[$
e) $[\frac{3}{5}; +\infty[$

2. Resolver:

$$(x+8)^2 - (x-8)^2 \leq \frac{-2x-98}{3}$$

- a) $]-\infty; -1]$ b) $]-\infty; 1]$
c) $]-\infty; -1]$ d) $[1; +\infty[$
e) $[1; +\infty[$

3. Resolver:

$$6(x+5)(x-2) \leq -4 + 2(x+2)(3x-1)$$

- a) $]-\infty; \frac{13}{2}]$ b) $[\frac{13}{2}; +\infty[$
c) $]-\frac{13}{2}; +\infty[$ d) $]-\infty; \frac{13}{2}]$
e) $[\frac{13}{2}; +\infty[$

4. Resolver:

$$(3x-1)(x+5) < 3(x+2)(x-1)$$

- a) $]-\infty; -\frac{1}{11}]$ b) $]-\infty; \frac{1}{11}]$
c) $[-\frac{1}{11}; +\infty[$ d) $[-\frac{1}{11}; +\infty[$
e) $]-\frac{1}{11}; \frac{1}{11}]$

5. Resolver:

$$(2x+1)(x-2) \leq x(x+5) + (x-5)(x+1)$$

a) $\left| -\infty; \frac{3}{4} \right]$

b) $\left| \frac{3}{4}; +\infty \right|$

c) $\left[\frac{3}{4}; +\infty \right|$

d) $\left[-\frac{3}{4}; +\infty \right|$

e) $\left| -\frac{3}{4}; \frac{3}{4} \right|$

6. Resolver:

$$(x - 2)(x + 1) + x(x - 1) \leq (2x + 1)(x - 3) + 4$$

a) $\left| 1; +\infty \right|$

b) $\left[1; +\infty \right|$

c) $\left| -\infty; 1 \right]$

d) $\left| -\infty; -1 \right|$

e) $\left| -1; +\infty \right|$

7. Resolver:

$$(x + 1)(x - 5) + (x + 2)^2 < (2x + 1)(x - 1) + 2$$

a) $\left| -\infty; 4 \right|$

b) $\left| -\infty; 2 \right|$

c) $\left[2; +\infty \right|$

d) $\left[2; +\infty \right|$

e) $\left| -2; 2 \right|$

8. Resolver:

$$(x - 2)(x + 1) + x(x - 3) \leq (2x - 3)(x - 1) - 1$$

a) $\left| -\infty; 4 \right|$

b) $\left| -\infty; -4 \right|$

c) $\left[4; +\infty \right|$

d) $\left| -4; +\infty \right|$

e) $\left| -\infty; 4 \right|$

9. Calcular el intervalo solución de:

$$(x + 1)^3 \leq x(x^2 + 3x)$$

a) $\left| -\infty; \frac{1}{3} \right]$

b) $\left| -\infty; -1 \right|$

c) $\left[\frac{1}{3}; +\infty \right|$

d) $\left[\frac{1}{2}; +\infty \right|$

e) $\left| -\infty; -\frac{1}{3} \right|$

10. Resolver:

$$\frac{2}{3}(x - 5)^2 + \frac{1}{6}(x + 4)(x - 6) \geq \frac{5}{6}x^2$$

a) $\left| -\infty; \frac{38}{21} \right|$

b) $\left| -\infty; \frac{38}{21} \right]$

c) $\left[\frac{23}{21}; +\infty \right|$

d) $\left[\frac{17}{3}; +\infty \right|$

e) $\left| -\infty; \frac{1}{7} \right|$

Bloque III

1. Resolver:

$$4\left(\frac{x}{4} + 1\right) + 3\left(\frac{x}{3} + 2\right) < 20 + x$$

- a) $< -\infty; 10 >$ b) $< -\infty; 10]$ c) $< 10; +\infty >$
 d) $[10; +\infty >$ e) IR

2. Si "M" es el conjunto solución de:

$$2x - \frac{5}{3} < \frac{x}{3} + 10$$

Determinar el número de valores enteros y positivos de "M".

- a) 6 b) 7 c) 8
 d) 5 e) 9

3. Resolver:

$$\frac{x}{4} - 1 > \frac{x}{3} - \frac{3}{2}$$

$$2x - \frac{18}{5} > x + \frac{2}{5}$$

- a) $4 < x < 6$ b) $3 < x < 5$ c) $4 < x$
 d) $x < 6$ e) $x < 5$

4. Resolver:

$$\frac{2}{3} < \frac{x-1}{9} < \frac{8}{9}$$

- a) $< 12; 15 >$ b) $< 7; 9 >$ c) $< 9; 15 >$
 d) $< 15; 20 >$ e) $< 9; 12 >$

5. Hallar la suma de los valores enteros que satisfacen:

$$\frac{2x - 15}{2} < \frac{5}{2}(2 - x) > \frac{2}{3}(3 - 5x)$$

- a) 5 b) 6 c) 7
 d) 8 e) 0

mientras que la segunda debe gastar los $\frac{9}{25}$ en alquiler y los $\frac{3}{4}$ del saldo en comida. ¿Cuál de ellas gasta más en comida?

- a) La primera b) La segunda

11. La cantidad de alumnos en un aula es tal que dicha cantidad disminuida en 2, dividida luego por 4, es mayor que 6. ¿Cuál es la menor cantidad de alumnos que puede tener dicho salón?

- a) 26 b) 27 c) 28
d) 29 e) 30

Bloque II

12. El número de bolas en un arbolito de Navidad, disminuido en 12, y luego esta diferencia dividida por 7 resulta mayor que 3. ¿Cuál es el menor número de bolas que puede haber en dicho arbolito?

- a) 33 b) 34 c) 35
d) 36 e) 37

13. La doceava parte del número de libros que hay en un estante más 7, es más que 13. ¿Cuántos libros como mínimo hay en dicho estante?

- a) 121 b) 122 c) 150
d) 151 e) 123

14. La edad de mi abuelo es tal que sumada con 23, y dividida por 13, excede a 8. ¿Cuál es la menor edad que puede tener mi abuelo?

- a) 78 años b) 79 c) 80
d) 81 e) 82

15. La quinta parte de diez más el triple de la edad actual de mi profesor de Matemática, excede a 29. Indicar la menor edad que puede tener mi profesor.

- a) 9 años b) 10 c) 45
d) 46 e) 47

16. La edad de uno de mis hermanos es tal que su doble aumentado en 5 es menor que 19, y su triple aumentado en 7 es mayor o igual que 25. Calcular la edad de mi hermano.

- a) 5 años b) 6 c) 7
d) 8 e) 9

17. La cantidad de pelotas que hay en mi casa es tal que, uno más el triple de dicho número es menos de 46, y uno más su cuádruplo, es más que 53. Si se me extravía una, ¿cuántas pelotas me quedan?

- a) 13 b) 14 c) 15
d) 16 e) 17

18. Mi abuelo fue un gran profesor de Matemática; cuando le pregunto su edad me dice: "El doble de mi edad, aumentado en uno es menor que 161; mientras que el triple, disminuido en 2 es más que 232". ¿Cuál será la edad de mi abuelo dentro de dos años?

- a) 79 años b) 80 c) 81
d) 82 e) 83

19. El quintuplo del número de hermanos que tengo, disminuido en 1, es menor que el cuadrado de 7; y siete veces dicho número, aumentado en 8, excede al cuadrado de 8. ¿Cuántos hermanos somos en total?

- a) 7 b) 8 c) 9
d) 10 e) 11

20. La mitad de, 2 más el triple de un cierto número, es menor que 19; mientras que la tercera parte de, el cuádruple de dicho número, disminuido en 4 excede a 12. Calcular dicho número.

- a) 7 b) 8 c) 9
d) 10 e) 11

21. La quinta parte del doble de la edad de mi padre menos uno, es menos que 17; mientras que la quinta parte del triple de la edad de mi padre aumentado en 2, excede a 25. Indicar la edad de mi padre.

- a) 40 años b) 41 c) 42
d) 43 e) 44

22. El número de libros que tengo es tal que, uno más los tres medios de dicha cantidad, no excede a 21, y dos más los cinco cuartos de la cantidad de libros es mayor que 18. Calcular la cantidad de libros que tendré.

- a) 16 b) 15 c) 14
d) 13 e) 12

Bloque III

1. María vende 1 000 libros y le quedan más de la mitad de los que tenía. Si luego vende 502 le quedan menos de 500, ¿cuántos libros tenía?

- a) 1 001 b) 2 001 c) 2 053
d) 1 576 e) 1 923

2. Hallar un número de dos cifras, sabiendo que la suma de ellas es mayor que 9 y que la diferencia entre la cifra de las decenas y el duplo de la que ocupa el lugar de las unidades es mayor que 6.

- a) 91 b) 94 c) 24
d) 48 e) 82

3. Hallar un número entero y positivo, sabiendo que la tercera parte del que le precede, disminuido en una decena, es mayor que 14, y que la cuarta parte del que

le sigue, aumentada en una decena, es menor que 29.

- a) 72 b) 73 c) 74
d) 75 e) 76

4. Se tiene cierto número de monedas y se hacen montones de a siete, no se pueden completar ocho de aquellos, y si se hacen de a seis, se completan nueve y queda un sobrante. ¿Cuál es el número de monedas?

- a) 52 b) 53 c) 54
d) 55 e) 56

5. Hallar un número entero y positivo que sumado con 11 resulta mayor que el triple de él, disminuido en 7, y que, sumado con 5, resulte menor que el doble de él, disminuido en 2.

- a) 7 b) 8 c) 9
d) 11 e) 10

6. Un carpintero hizo un cierto número de mesas, vende 70 y le quedaba por vender más de la mitad. Hace después seis mesas y vende 36, quedándole menos de 42 mesas que vender. ¿Cuántas mesas ha hecho?

- a) 142 b) 143 c) 141
d) 148 e) 147

7. Un muchacho comenzó comiendo cierto número de naranjas. Después compró cinco más, que también se las comió, resultando que había comido más de 10 naranjas. Compró ocho naranjas más, y, al comérselas, observó que había comido en total más del triple de naranjas que comió la primera vez. ¿Cuántas naranjas comió en total, el muchacho?

- a) 6 b) 16 c) 19
d) 11 e) 13

8. Entre Pedro y Luis tienen menos de seis hijos, Luis tiene más hijos que Ramón, y aunque Pedro tuviera un hijo menos, seguiría teniendo más hijos que Ramón. ¿Cuántos hijos tiene cada uno de ellos? Señalar el mayor número de hijos.

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

9. Un matrimonio dispone de \$ 32 para ir al teatro con sus hijos. Si toma entradas de \$ 5, les falta dinero, y si toma las de \$ 4, les sobra, ¿cuántos son los hijos?

- a) 5 b) 6 c) 7
d) 8 e) 4

10. Hallar un número entero de dos cifras, sabiendo que éstas suman 12, que si al número se suman 10

unidades, resulta menor que el doble de dicho número invertido, y que la raíz cuadrada del número es mayor que 9.

- a) 84 b) 82 c) 83
d) 80 e) 81

Autoevaluación

1. ¿Cuántos números naturales cumplen con la condición de que su décima parte es mayor o igual que su mitad disminuida en dos?

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 5 e) 6

2. La quinta parte de la diferencia de un número con tres es mayor que el doble de él. Esta proposición se escribe algebraicamente como:

- a) $\frac{x-3}{5} > 2x$ b) $\frac{x}{5} - 3 > 2x$
c) $\frac{x}{5} + 3 < 2x$ d) $\frac{x-3}{5} < 2x$
e) $x - 10 < 2x$

3. Los números enteros tales que su cuarta parte es menos que su mitad, disminuido en 2 son los números:

- a) menores que -8 b) menores que 8
c) mayores que -8 d) mayores que 8
e) no hay

4. Un número natural es tal, que la cuarta parte del número natural anterior, es menor que 10; además, la cuarta parte del número natural siguiente es más que 10. ¿Cuál será la octava parte de dicho número?

- a) 4 b) 5 c) 6
d) 7 e) 8

5. Hace tres años la quinta parte de mi edad era menor que 5; y dentro de cuatro años; la quinta parte de mi edad será mayor que 6. Calcular la edad que tendré dentro de seis años.

- a) 20 años b) 25 c) 27
d) 33 e) 35

