

Funciones



El concepto de Función es una de las ideas fundamentales en la Matemática. Casi cualquier estudio que se refiera a la aplicación de la Matemática a problemas prácticos o que requiera el análisis de datos, emplea este concepto matemático.

Como ejemplo diremos que las compañías de electricidad tienen como unidad la medida para facturar sus recibos el kilowatt-hora (kwh), el cual nos indica cuánto se ha consumido de electricidad en casa. Si el kwh cuesta dos soles y en nuestro recibo de luz el pago que tenemos que efectuar es de 80 soles, entonces, ¿cuántos kwh consumimos de electricidad en casa?

Con una regla de tres simple obtenemos el resultado:

$$\begin{array}{l} 1 \text{ kwh} \text{ ————— } S/.2 \\ x \text{ kwh} \text{ ————— } S/.80 \end{array} \Rightarrow x = \frac{80 \cdot 1}{2} = 40 \text{ kwh}$$

Ahora nos preguntamos, ¿y si hubiéramos consumido 30 kwh; cuánto pagaríamos?. La respuesta es de S/.60. Es decir, que entre lo que pagamos y lo que consumimos existe una relación: si consumo más electricidad, pago más; y si consumimos menos, pagamos menos.

También podemos decir que el pago que efectuamos depende de la electricidad que consumimos, o el pago está en FUNCIÓN de la electricidad que consumimos.

Este ejemplo es uno de los muchos que existen cuando hablamos de FUNCIÓN. Los siguientes ejemplos aclaran esta idea:

- El área de un círculo depende o está en función de la longitud de su radio.
- Las cuentas mensuales de agua y electricidad están en función de la cantidad de agua o electricidad que se utilice.
- El costo de enviar una correspondencia depende del peso de la carta.

Como ya sabemos lo que es una Relación, diremos que una Función en Matemática también es una Relación.

Una función es un tipo especial de relación pero no toda relación puede ser una función.

Daremos unas nociones previas antes de dar la definición de FUNCIÓN.

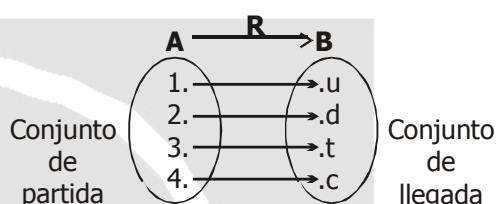
GENERALIDADES

Sean los conjuntos:

$$\begin{array}{l} A = \{1; 2; 3; 4\} \\ B = \{u, d, t, c\} \end{array}$$

Y la relación "R" de "A" en "B", definida por: "a cada número le corresponde la primera letra de su nombre".

Gráficamente:



$$R = \{(1; u), (2; d), (3; t), (4; c)\}$$

Observamos que a cada elemento de "A" le corresponde un único elemento de "B". A este tipo de relaciones se les llama funciones y se denota por:

$$f: A \longrightarrow B \quad \text{ó} \quad A \xrightarrow{f} B$$

Se lee: función "f" de "A" en "B"

$$\text{De donde: } f = \{(1; u), (2; d), (3; t), (4; c)\}$$

DEFINICIÓN DE FUNCIÓN

Dados dos conjuntos no vacíos "A" y "B" se llama función de "A" en "B" a aquel conjunto de pares ordenados (x, y) tales que a cada elemento $x \in A$ le debe corresponder un único elemento en el conjunto "B" es decir, $y \in B$.

El DOMINIO $D(f)$ de una función es el conjunto de las primeras componentes de los pares ordenados de dicha función.

El RANGO $R(f)$ de una función es el conjunto de las segundas componentes de los pares ordenados de dicha función.

Ejemplo: Sea la siguiente función:

$$f = \{(2; 5), (3; 6), (4; 7), (8; -3), (-1; -5)\}$$

$$\text{El dominio será: } D_f = \{2; 3; 4; 8; -1\}$$

$$\text{El rango será: } R_f = \{5; 6; 7; -3; -5\}$$

REGLA DE CORRESPONDENCIA

Es la relación que existe entre los elementos del dominio y los del rango.

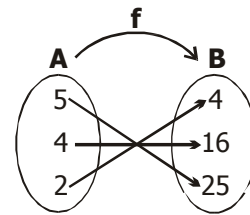
Sea $f: A \longrightarrow B$, si

$$y = f(x)$$

$x \longrightarrow$ variable independiente

$y \longrightarrow$ variable dependiente

Ejemplo:



$$f_{(5)} = 5^2; f_{(4)} = 4^2; f_{(2)} = 2^2$$

$$\Rightarrow f_{(x)} = x^2$$

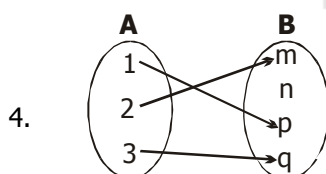
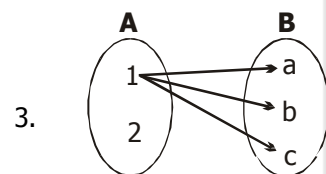
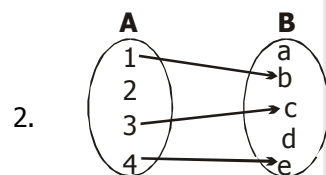
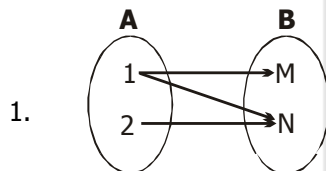
$$D(f) = \{5; 4; 2\}$$

$$R(f) = \{25; 16; 4\}$$

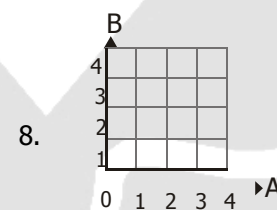
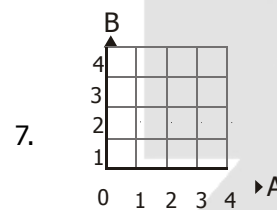
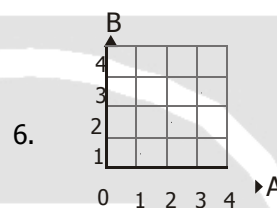
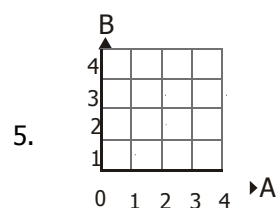
Problemas para la clase

BLOQUE I

* ¿Cuáles de los siguientes gráficos no representa una función? ¿Por qué?



* ¿Cuáles de los siguientes gráficos representan una función? ¿Por qué?



9. En los ejemplos anteriores, proporciona el dominio y rango en los casos en que la relación sea FUNCIÓN.

* Dadas las siguientes funciones: $f: \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$, dar diez elementos del $D(f)$ y diez elementos del $R(f)$.

10. $y = x + 4$

11. $y = 3x - 1$

12. $y = x^2$

BLOQUE II

1. Calcular el valor de "m" para que la siguiente relación sea una función.

$$R = \{(8; 4), (5; 9), (7; 5m+7), (7; 13+3m)\}$$

- a) 0 b) 1 c) 2
d) 3 e) 4

2. Hallar el dominio y rango de la siguiente función:

$$F = \{(5; 3), (2m + 3; 1), (6; 3m - 1), (6; 8)\}$$

Indicar la suma de los valores encontrados.

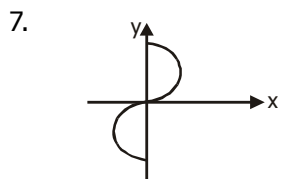
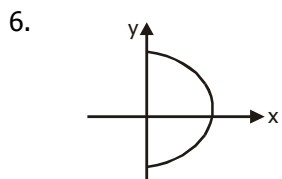
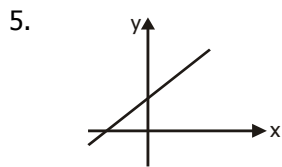
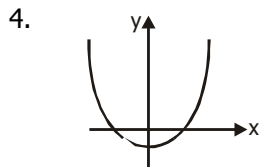
- a) 22 b) 32 c) 18
d) 28 e) 45

3. Calcular " $F_{(-1)}$ " sabiendo que:

$$F_{(x)} = 2x^2 + 3$$

- a) -5 b) 6 c) 5
d) 4 e) 1

¿Cuáles de los siguientes gráficos no corresponden a una función?



8. Calcular " $f_{(-3)}$ " si: $f_{(x)} = 2x^2 - 1 + x$

- a) 12 b) 14 c) 20
d) 5 e) 1

9. Evaluar: $f_{(x)} = 7x^2 - x + 1$; cuando: $x = -2$

- a) 28 b) -31 c) 30
d) 31 e) -30

10. Evaluar: $f_{(x)} = 7x^2 + 3 - 5x$; para: $x = 1$

- a) 5 b) -1 c) 3
d) 2 e) 8

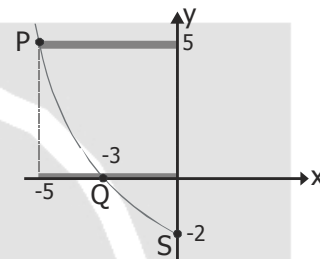
BLOQUE III

1. Hallar el valor de " $a - b$ " si la siguiente relación es una función real:

$$R = \{(3; -7), (2; a+b), (5; 7), (2; 3-a), (2; 2)\}$$

- a) 0 b) 1 c) 2
d) 3 e) 4

2. La siguiente es la gráfica de una función. Determinar las coordenadas de "P", "Q" y "S" dando la suma de las abscisas más la suma de sus ordenadas.



- a) 0 b) -4 c) 4
d) 5 e) -5

3. Si sabemos que la regla de correspondencia de la función " f " es: $f_{(x)} = x^2 + 4x + 2$, calcular el valor de:

$$\frac{f_{(0)} + f_{(1)}}{f_{(-1)} + f_{(2)}}$$

- a) $\frac{9}{13}$ b) $\frac{13}{9}$ c) $\frac{1}{9}$
d) $\frac{1}{3}$ e) 0

4. Dada la función:

$$f_{(x)} = 2x^2 + 3$$

calcular la ordenada de uno de sus puntos cuya abscisa es -1.

- a) 5 b) 4 c) -5
d) -4 e) 0

5. Hallar la regla de correspondencia de la función:

$$f_{(x)} = ax + b$$

cuya gráfica pasa por los puntos (-1; 3) y (2; 0)

- a) $y = -x + 2$ b) $y = -x - 2$
c) $y = x + 2$ d) $y = 2x + 1$
e) $y = x - 2$

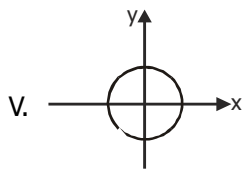
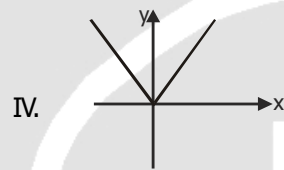
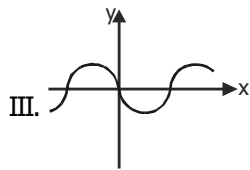
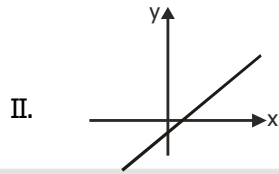
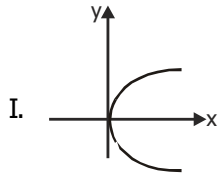
6. Hallar la regla de correspondencia de la función:

$$f(x) = ax + b$$

cuya gráfica pasa por los puntos (2; 3) y (3; 0)

- a) $y = -3x + 9$ b) $y = 3x + 9$
 c) $y = -3x - 9$ d) $y = x - 9$
 e) $y = x + 9$

7. Cuál o cuáles de las gráficas siguientes representa una función:



- a) II, III y IV b) I y V c) II, III y V
 d) I, II y III e) Todas

8. Hallar "a" para que el conjunto de pares ordenados sea una función:

$$F = \{(2; 3), (-1; -3), (2; a+5)\}$$

- a) 2 b) -2 c) 1
 d) 3 e) 4

9. Dados los conjuntos: $A = \{1; 3; 5; 7\}$ y $B = \{0; 2; 4\}$, una de las siguientes relaciones no es una función de "A" en "B".

- a) $\{(1; 2), (3; 2), (5; 2), (7; 2)\}$
 b) $\{(1; 0), (3; 2), (5; 0), (3; 4), (7; 4)\}$
 c) $\{(2; 3), (4; 5), (0; 7)\}$
 d) $\{(3; 0), (1; 2), (5; 2)\}$
 e) $\{(0; 3), (2; 3), (4; 7)\}$

10. Sean los pares ordenados:

$$f = \{(2; 3), (3; 6), (4; 8), (7; -2)\}$$

hallar:

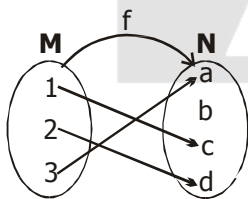
$$\frac{f(3) + f(4) + 1}{f(2) - f(7)}$$

- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) 5

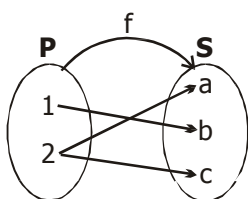
Autoevaluación

* Indicar cuál de los siguientes gráficos es función. Justificar su respuesta.

1.



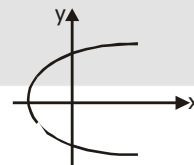
2.



3. Evaluar: $f_{(2)} + f_{(-1)} + f_{(-3)}$, si: $f(x) = 3x - 5$

* ¿Cuál de los siguientes gráficos no corresponde a una función?. Justificar su respuesta.

4.



5.

