

Sistema Cartesiano



René Descartes, gran filósofo y matemático francés. Su contribución principal a las Matemáticas fue el descubrimiento de los Sistemas de Coordenadas y su aplicación a los problemas de la Geometría.

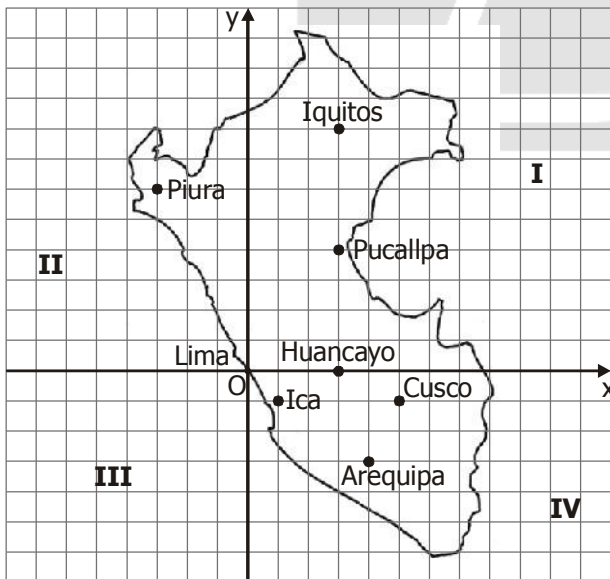
Desde entonces, el Álgebra y la Geometría han laborado juntos, para beneficio de ambas. Los sistemas de coordenadas utilizados en este capítulo se conocen con el nombre de **Sistemas de Coordenadas Cartesianas** en honor a su inventor (la palabra Cartesianas viene de Cartesius, que es la forma latina del nombre de Descartes).



René Descartes, importante filósofo y matemático

SISTEMA CARTESIANO

Aquí tenemos una cuadrícula con dos ejes numerados, uno vertical y otro horizontal, que se cortan en el punto **O**. Sobre la cuadrícula está dibujado el mapa del Perú haciendo coincidir el punto **O** en Lima.



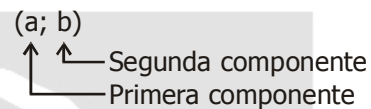
Observa muy bien la cuadrícula y contesta:

¿Cuáles son las coordenadas de Piura, Ica e Iquitos?

¿En qué cuadrante se encuentra cada una de las ciudades señaladas?

Para darle respuesta a cada una de estas preguntas daremos las siguientes definiciones:

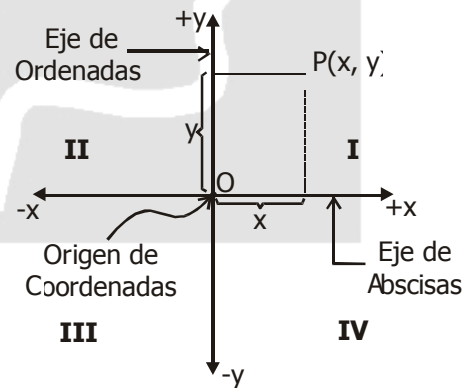
Par ordenado: Es un ente matemático que consta de dos elementos e importa el orden en su representación.



Propiedad
Si: $(a; b) = (c; d)$, entonces: $a = c$ y $b = d$

Ejemplo: Si: $(a - 3; b + 5) = (4; -6)$
entonces: $a - 3 = 4$ y $b + 5 = -6$
de donde: $a = 7$ y $b = -11$

Para representar puntos en el plano, se toman dos rectas perpendiculares llamadas **ejes de coordenadas**. El eje horizontal se llama **EJE DE ABCISAS** o **EJE DE LAS "X"**, y el eje vertical se llama **EJE DE ORDENADAS** o **EJE DE LAS "Y"**. El punto de intersección se llama **ORIGEN DE COORDENADAS**.



Cada uno de estos ejes se gradúa con números positivos y números negativos. De este modo, a cada punto **P** del plano le corresponde un par de números **(x, y)** que llamamos coordenadas del punto. Las coordenadas de un punto **P(x, y)** están dadas por un par ordenado de números, el primero "**x**", denominado abscisa, y el segundo "**y**" denominado ordenada.

La primera coordenada "x" corresponde al eje horizontal y el segundo "y" al eje vertical.

Entonces, en nuestro mapa las coordenadas ...

- de Piura son: (___; ___)
- de Ica son: (___; ___)
- y de Iquitos son: (___; ___).

Los dos ejes dividen el plano en cuatro cuadrantes:

- I** : Los puntos del primer cuadrante tienen las "x" y las "y" positivos.
- II** : Los puntos del segundo cuadrante tienen las "x" _____ y las "y" _____
- III** : Los puntos del tercer cuadrante tienen las "x" _____ y las "y" _____
- IV** : Los puntos del cuarto cuadrante tienen las "x" _____ y las "y" _____

Problemas para la clase

BLOQUE I

1. Con respecto al mapa del Perú, indicar las coordenadas de:

- a) Pucallpa: (___; ___)
- b) Cusco : (___; ___)
- c) Arequipa: (___; ___)

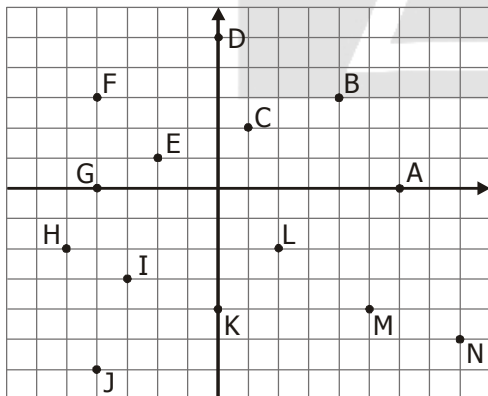
2. ¿Cuál es la abscisa de Ica y la ordenada de Huancayo?

Ica: _____ Huancayo: _____

3. En qué cuadrante se encuentran las siguientes ciudades:

- a) Pucallpa : _____
- b) Iquitos : _____
- c) Ica : _____
- d) Piura : _____

4. Escribe las coordenadas de los puntos señalados:



- A. (___; ___)
- B. (___; ___)
- C. (___; ___) D. (___; ___)

E. (___; ___)

) F. (___; ___)

) G. (___; ___)

) H. (___; ___)

) I. (___; ___)

) J. (___; ___)

)

K. (___; ___)

L. (___; ___)

M. (___; ___)

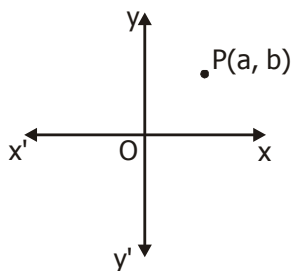
N. (___; ___)

5. Calcula "x" e "y" de las siguientes igualdades de pares ordenados:

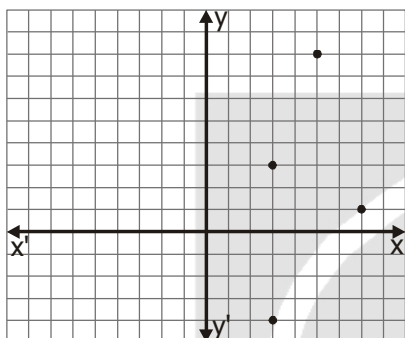
- a) $(2x - 1; 8) = (5; y + 5)$
- b) $(y + 2; 6) = (2; x - 1)$
- c) $(x + 7; y) = (10; -2)$
- d) $(4x + 5; 8) = (7; y + 10)$
- e) $(5x - 2; 6) = (4x + 1/2; 5y)$

6. Grafica en el sistema cartesiano el punto A(-2; 4) y el punto B(4; -2), a continuación une los puntos "A" y "B" con un segmento. ¿Cuál es la coordenada del punto medio de dicho segmento?

7. En la figura, ubicar el simétrico del punto P(a, b) con respecto a los ejes: x x'; y y'; y con respecto a "O".



8. Ubica los siguientes puntos, únelos mediante segmentos. Dibujar la figura simétrica de la que construiste con respecto del eje y y'.



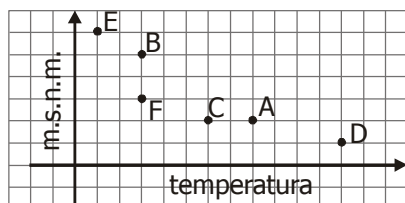
9. Representa en unos ejes cartesianos los puntos: A(5; 0), B(6; 6), C(0; 3), D(-4; 0) y E(0; -2).
10. Del problema anterior, halla el simétrico de cada uno respecto a x x', y y' y "O".

BLOQUE II

¡Importante ...!

Cuando se tiene una serie de puntos representados en un sistema de coordenadas cartesianas para poder interpretarlos es necesario conocer lo que se mide en cada eje.

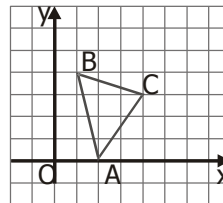
El gráfico de puntos corresponde a la altura y temperatura promedio de seis ciudades. Observa y contesta:



- ¿Qué ciudad tiene la temperatura más alta? ¿Y cuál la más baja?
- ¿Qué ciudad se encuentra a mayor altura? ¿Y a menor

3. ¿Encuentras alguna relación entre la altura y la temperatura?

4. Obtén la figura geométrica del triángulo ABC.



- En una simetría de eje Ox.
 - En una simetría de eje Oy.
5. ¿Qué coordenadas tendrá el triángulo simétrico dado en la actividad anterior con respecto al eje Oy?

A' : (___ ; ___)

B' : (___ ; ___)

C' : (___ ; ___)

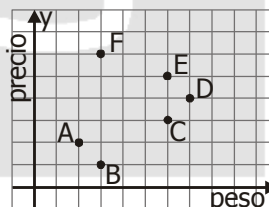
6. Calcula "x" e "y" en:

a) $(x - \sqrt{2}; \sqrt{3}) = (\sqrt{2}; y - \sqrt{3})$

b) $(2x - 1/3; \sqrt{5}) = (1; y + 2\sqrt{5})$

c) $(\sqrt{11}x - 1/4; 0,6) = (1/4; 2y - 0,2)$

7. ¿A qué cuadrante pertenecen los puntos encontrados en el problema anterior?
8. Cada punto de este gráfico representa una bolsa de arroz.



- ¿Qué bolsa es la más pesada?
- ¿Qué bolsa es la más barata? altura?

BLOQUE III

1. Calcular "x + y" de:

$$(2x - 1; 3y + 1) = (7; 10)$$

- a) 4 b) 3 c) 7
d) 12 e) 1

2. Calcular " $\sqrt{a^2 + b^2}$ " de:

$$(4a - 1; 7b + 2) = (11; 30)$$

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

3. Hallar "x + y" de:

$$(3x - 1; x + 1) = (14; 2y - 6)$$

- a) 9 b) 10 c) 11
e) 12 e) 13

4. Hallar "x + y" de:

$$(5x - 3; 25) = (17; 7y + 4)$$

- a) 9 b) 7 c) 5
d) 3 e) 1

5. Cuántos elementos tiene "A x B" si:

$$A = \{x \in \mathbb{N} / 99 < x < 101\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} / 2\,000 < x \leq 2\,002\}$$

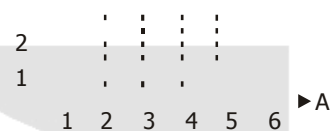
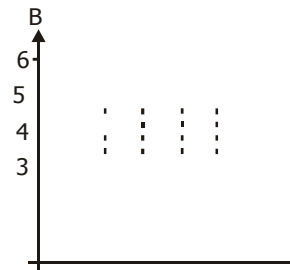
- a) 2 b) 4 c) 6
d) 2\,000 e) 2\,008

6. Realizar un diagrama del árbol para hallar "M x N", si:

$$M = \{x \in \mathbb{Z} / 11 \leq x \leq 12\}$$

$$N = \{x \in \mathbb{Z} / 20 \leq x \leq 25\}$$

7. Si la gráfica de "A x B" es:



Señalar un elemento de "A x B".

- a) (1; 3) b) (1; 4) c) (3; 3)
d) (5; 5) e) (5; 6)

8. Al unir los puntos (4; 3); (4; 8); (7; 3) y (7; 8) en un sistema cartesiano, resulta una figura geométrica cuyo perímetro es:

- a) 3 b) 5 c) 8
d) 16 e) 24

9. Del problema anterior, hallar su área.

- a) 3 b) 5 c) 8
d) 15 e) 7,5

10. Graficar " $(A \cap B) \times (C \cap D)$ " si:

$$A = \{x \in \mathbb{Z} / 4 \leq x \leq 7\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{Z} / 2 \leq x \leq 5\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{Z} / 10 \leq x \leq 14\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{Z} / 13 \leq x \leq 16\}$$

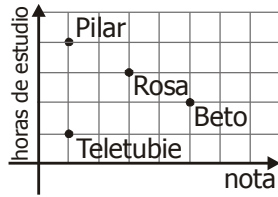
y dar como respuesta el número de elementos del producto cartesiano.

- a) 2 b) 4 c) 6
d) 8 e) 10

Autoevaluación

1. Ubicar los siguientes puntos:
A(-3; -3), B(1; -1), C(-2; 2), D(4; -1)

2. Observa el gráfico y responde:



- a) ¿Qué se mide en el eje de abscisas?

- b) ¿Qué se mide en el eje de ordenadas?

3. Del problema anterior:

- a) ¿Quién sacó la nota más baja con pocas horas de estudio?

- b) ¿Quién obtuvo buena nota con pocas horas de estudio?

4. Graficar el sistema cartesiano y ubicar los puntos: A(1; 2), B(5; 2), C(3; 7). Luego, unir los puntos.

5. Hallar las coordenadas del punto medio en la recta que resulta al unir los puntos (5; 3) con (1; 9).

