# Radicales dobles

DESCARGA MATEMATICAS
WWW.DESCARGAMATEMATICAS.COM

**Demostración de que cuatro es igual a cinco**

A partir de: 4 = 4

Multiplicando por (-5)

-20 = -20
ó 16 - 36 = 25 - 45

Agregando $\frac{81}{4}$ a ambos miembros

$$16 - 36 + \frac{81}{4} = 25 - 45 + \frac{81}{4}$$

sabemos que: $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

Utilizando el producto notable tendremos:

$$\left(4 - \frac{9}{2}\right)^2 = \left(5 - \frac{9}{2}\right)^2$$

Extrayendo la raíz cuadrada a ambos miembros:

$$4 - \frac{9}{2} = 5 - \frac{9}{2}$$

Eliminando $\frac{9}{2}$ tenemos: 4 = 5

¿Crees que esto es verdad?
Si tu respuesta es no, ¿dónde está el error?

Se llaman así a aquellos en cuyo interior aparecen otros radicales ligados entre sí por las operaciones de adición y sustracción. Presentan la siguiente forma:

$$\sqrt{A \pm \sqrt{B}}$$

Ejemplos:

$$\sqrt{3 + \sqrt{8}} \qquad \sqrt{12 - \sqrt{140}}$$

## A. Transformación de radicales dobles a simples

**Propiedad**

$$\sqrt{A \pm \sqrt{B}} = \sqrt{\frac{A + C}{2}} \pm \sqrt{\frac{A - C}{2}}$$

Donde: $C = \sqrt{A^2 - B}$

* Ejemplo: Transformar el siguiente radical doble a radicales simples mediante la propiedad.

$$\sqrt{4 - \sqrt{12}}$$

Solución:

Primero debemos hallar el valor de "C".

$$C = \sqrt{4^2 - 12}$$
$$C = \sqrt{4} = 2$$

Ahora debemos reemplazar el valor de "C" en la propiedad:

$$= \sqrt{\frac{4 + 2}{2}} - \sqrt{\frac{4 - 2}{2}}$$

$$\sqrt{4 - \sqrt{12}} = \sqrt{3} - 1$$

Ahora que has visto que fácil es transformar los radicales dobles a simples es momento que tu demuestres cuanto has captado de dicha transformación

Transformar los radicales dobles a simples utilizando la propiedad:

1. $\sqrt{3 - \sqrt{8}} =$
2. $\sqrt{4 + \sqrt{7}} =$
3. $\sqrt{5 + \sqrt{21}} =$
4. $\sqrt{7 + \sqrt{13}} =$
5. $\sqrt{6 - \sqrt{20}} =$

## B. Transformación de radicales dobles a simples (método práctico)

$$\sqrt{A \pm 2\sqrt{B}} = \sqrt{x} \pm \sqrt{y}$$

Donde: $x + y = A \quad ; \quad (x)(y) = B$

además: $x > y$

* Ejemplo: Transformar el siguiente radical doble a simple con el método práctico.

$$\sqrt{17 + 2\sqrt{30}}$$

Solución:

$$\sqrt{(17) + 2\sqrt{(30)}}$$

$$\boxed{15} + \boxed{2} \quad \boxed{15} \times \boxed{2}$$

**¡ Recuerda !**
Cuando expresemos la solución en radicales simples no olvides que el primer radical debe ser el mayor de lo contrario nuestra respuesta será incorrecta

Así tenemos:

$$\sqrt{17 + 2\sqrt{30}} = \sqrt{15} + \sqrt{2}$$

Transformar los radicales dobles a simples con el método práctico:

1. $\sqrt{6 + 2\sqrt{5}} =$
2. $\sqrt{5 + 2\sqrt{6}} =$
3. $\sqrt{21 - 2\sqrt{20}} =$
4. $\sqrt{11 - 2\sqrt{30}} =$
5. $\sqrt{33 - 2\sqrt{140}} =$

## ➲ Problemas resueltos

1. Descomponer en radicales simples: $\sqrt{11 + 6\sqrt{2}}$

Solución:

Descomponiendo el 6 e introduciendo el 3 en la raíz:

$$= \sqrt{11 + 2 \times 3\sqrt{2}}$$

$$= \sqrt{11 + 2\sqrt{3^2 . 2}}$$

Por método práctico: $\sqrt{11 + 2\sqrt{18}}$

Obtenemos: $\sqrt{9} + \sqrt{2} \quad \Rightarrow \quad 3 + \sqrt{2}$

2. Calcular el valor de:

$$E = \sqrt{12 + \sqrt{140}} - \sqrt{8 + \sqrt{28}} + \sqrt{11 - 2\sqrt{30}} - \sqrt{7 - 2\sqrt{6}}$$

Solución:

Buscando el factor 2:

$$E = \sqrt{12 + \sqrt{4.35}} - \sqrt{8 + \sqrt{4.7}} + \sqrt{11 + 2\sqrt{30}} - \sqrt{7 - 2\sqrt{6}}$$

$$= \sqrt{12 + 2\sqrt{35}} - \sqrt{8 + 2\sqrt{7}} + \sqrt{11 + 2\sqrt{30}} - \sqrt{7 - 2\sqrt{6}}$$

$$\begin{array}{cccccccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 7+5 & 7.5 & 7+1 & 7.1 & 6+5 & 6.5 & 6+1 & 6.1 \end{array}$$

$$= \sqrt{7} + \sqrt{5} - (\sqrt{7} + \sqrt{1}) + \sqrt{6} + \sqrt{5} - (\sqrt{6} - \sqrt{1})$$

$$= \sqrt{7} + \sqrt{5} - \sqrt{7} - 1 + \sqrt{6} + \sqrt{5} - \sqrt{6} + 1$$

$$E = 2\sqrt{5}$$

3. Hallar el equivalente de:

$$E = \sqrt{5x - 2 + 2\sqrt{6x^2 - 7x - 3}}$$

Solución:

Factorizando:

$$6x^2 - 7x - 3$$

$$3x \quad +1$$

$$2x \quad -3$$

Entonces: $E = \sqrt{5x - 2 + 2\sqrt{6x^2 - 7x - 3}}$

$$\downarrow \qquad\qquad \downarrow$$

$$(3x + 1) + (2x - 3) \qquad (3x + 1)(2x - 3)$$

$$E = \sqrt{3x + 1} + \sqrt{2x - 3}$$

4. Descomponer en radicales simples:

$$\sqrt{2A - 1 + 2\sqrt{A^2 - A - 6}}$$

Solución:

$$\sqrt{2A - 1 \quad + \quad 2\sqrt{A^2 - A - 6}}$$

$$\downarrow \qquad\qquad \downarrow$$

$$(A + 2) + (A - 3) \qquad (A + 2)(A - 3)$$

Por lo tanto la expresión es equivalente a:

$$\sqrt{A + 2} + \sqrt{A - 3}$$

5. Reducir y hallar "A + I"

$$\sqrt{10 + 2\sqrt{21}} + \sqrt{8 - 2\sqrt{15}} = \sqrt{A} + \sqrt{I}$$

Solución:

Reduciendo:

$$\sqrt{7} + \sqrt{3} + \sqrt{5} - \sqrt{3} = \sqrt{A} + \sqrt{I}$$

$$\sqrt{7} + \sqrt{5} = \sqrt{A} + \sqrt{I}$$

$$\therefore \quad A + I \;\; \text{Þ} \; 7 + 5 = 12$$

## Problemas para la clase

**Bloque I**

Transformar los radicales dobles a radicales simples:

1. $\sqrt{21 + 2\sqrt{20}}$

Rpta: _____

2. $\sqrt{28 + 2\sqrt{52}}$

Rpta: _____

3. $\sqrt{19 - 2\sqrt{60}}$

Rpta: _____

4. $\sqrt{5x + y + 2\sqrt{5xy}}$

Rpta: _____

5. $\sqrt{2x + 2\sqrt{x^2 - 1}}$

Rpta: _____

6. $\sqrt{11 + \sqrt{112}}$

Rpta: _____

7. $\sqrt{14 + 2\sqrt{33}}$

Rpta: _____

8. $\sqrt{9 - \sqrt{80}}$

Rpta: _____

9. $\sqrt{8 + 2\sqrt{15}}$

Rpta: _____

**Bloque II**

1. Efectuar:

$$M = \sqrt{9 + 2\sqrt{14}} - \sqrt{12 - 2\sqrt{35}}$$

a) $\sqrt{2} - \sqrt{5}$ b) $\sqrt{2} + \sqrt{5}$
c) $\sqrt{5} - \sqrt{2}$ d) $2\sqrt{7} + \sqrt{2}$
e) 2

2. Calcular "I + C", si:

$$\sqrt{13 + 2\sqrt{22}} - \sqrt{14 - 2\sqrt{33}} = \sqrt{I} + \sqrt{C}$$

a) 5 b) 1 c) 8
d) 7 e) 3

3. Reducir:

$$E = \sqrt{11 + \sqrt{112}} - \sqrt{7}$$

a) 1 b) $\sqrt{7}$ c) $\sqrt{5}$
d) 2 e) $\sqrt{2}$

4. Efectuar:

$$A = \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} - \sqrt{5 + 2\sqrt{6}} - \sqrt{7 - 2\sqrt{12}}$$

a) 3 b) -1 c) 1
d) -3 e) -4

5. Efectuar:

$$M = \sqrt{9 - \sqrt{80}} - \sqrt{4 - \sqrt{12}} - \sqrt{7 - \sqrt{40}} + 1$$

a) 1 b) $\sqrt{2} - \sqrt{3}$ c) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$
d) $\sqrt{3}$ e) $\sqrt{2}$

6. Efectuar:

$$\frac{\sqrt{12 + 2\sqrt{35}} - \sqrt{11 + 2\sqrt{30}}}{\sqrt{8 + 2\sqrt{7}} - \sqrt{7 + 2\sqrt{6}}}$$

a) 4 b) 3 c) 2
d) 1 e) 0

7. Si se cumple:

$$\sqrt{x + 2\sqrt{y}} = \sqrt{7} + \sqrt{5}$$

Calcular "y - x"

a) 13 b) 23 c) 14
d) 24 e) 10

8. Efectuar:

$$\sqrt{3 + \sqrt{8}} + \sqrt{7 - \sqrt{40}} - \sqrt{5}$$

a) 0 b) 1 c) $\sqrt{2} + \sqrt{5}$
d) $2 + \sqrt{5}$ e) $3 + \sqrt{2}$

9. Transformar a radicales simples:

$$\sqrt{7 + \sqrt{61 + 4\sqrt{15}}} - \sqrt{3}$$

a) $\sqrt{2}$ b) 1 c) 0
d) $\sqrt{5}$ e) $\sqrt{6} + \sqrt{2}$

10. Efectuar:

$$\sqrt{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{2 - \sqrt{3}}$$

a) $\sqrt{6}$ b) $\sqrt{5}$ c) $\sqrt{3}$
d) $\sqrt{2}$ e) 1

**Bloque III**

1. Efectuar:

$$\sqrt{\sqrt{2} + \sqrt{5 - 3\sqrt{6 - \sqrt{2 + \sqrt{8 + 2\sqrt{12}}}}}}$$

a) $\sqrt{3}$ b) $\sqrt[4]{3}$ c) $\sqrt{\sqrt{3} + 2\sqrt{2}}$
d) $\sqrt{2\sqrt{2}}$ e) $\sqrt[4]{2}$

2. Efectuar:

$$T = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} - \sqrt{11 + 2\sqrt{30}} + 1$$

a) $-\sqrt{2}$ b) $\sqrt{3}$ c) $-\sqrt{6}$
d) $3\sqrt{3}$ e) $3\sqrt{2}$

3. Transformar en un solo radical doble:

$$\sqrt{8 + 2\sqrt{15}} - \sqrt{5 - 2\sqrt{6}}$$

a) $\sqrt{6 + \sqrt{40}}$ b) $\sqrt{7 - 2\sqrt{10}}$
c) $\sqrt{7 + \sqrt{40}}$ d) $\sqrt{4 + 2\sqrt{5}}$
e) $\sqrt{4 - 2\sqrt{5}}$

4. Llevar a radicales simples:

$$\sqrt[4]{49 - 20\sqrt{6}}$$

Dar uno de ellos.

a) $\sqrt{3}$ b) 2 c) $\sqrt{5}$
d) $\sqrt{6}$ e) $\sqrt{7}$

5. Efectuar:

$$\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt{5 - 2\sqrt{6}} + \sqrt{7 - 2\sqrt{12}} + \sqrt{9 - 2\sqrt{20}} + \ldots$$

sabiendo que la expresión tiene 36 términos.

a) $\sqrt{37} - 1$ b) 1 c) $\sqrt{37}$
d) -1 e) $-\sqrt{37}$

6. Reducir:

$$\sqrt{x-3}-\sqrt{2x-1+2\sqrt{x^2-x-6}}+\sqrt{x+2}$$

a) 1 b) $\sqrt{x-1}$ c) x
d) 2x - 1 e) 0

7. Siendo:

$$\sqrt{3+\sqrt{5}}=\sqrt{\frac{a}{2}}+\sqrt{\frac{b}{2}};$$

$a > b > 0$

según ello, calcular "a - b".

a) 3 b) 4 c) 5
d) 6 e) 7

8. Reducir:

$$\sqrt{1-2\sqrt{2-4\sqrt{6-4\sqrt{7-2\sqrt{6}}}}}-\sqrt{3}$$

a) $\sqrt{2}$ b) $-\sqrt{2}$ c) $\sqrt{3}$
d) $-\sqrt{3}$ e) $\sqrt{5}$

9. Efectuar:

$$A=\frac{1}{\sqrt{5+2\sqrt{6}}}-\frac{3}{\sqrt{7+2\sqrt{10}}}+\frac{2}{\sqrt{8+2\sqrt{15}}}$$

a) 4 b) 3 c) -1
d) 2 e) 0

10. Indicar la suma de las cuartas potencias de los radicales simples que se obtienen al descomponer:

$$\sqrt{3\sqrt{3}+2\sqrt{6}}$$

a) 8 b) 10 c) 12
d) 15 e) 20

## Autoevaluación

1. Descomponer en radicales simples:

$$\sqrt{8 + 2\sqrt{7}} + \sqrt{16 - 2\sqrt{63}}$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

2. Efectuar los siguientes radicales dobles:

$$\sqrt{5 + \sqrt{24}} - \sqrt{6 + 4\sqrt{2}}$$

a) $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ b) $\sqrt{3} + 2$ c) $\sqrt{3} - 2$
d) $\sqrt{3} + 3$ e) $2 - \sqrt{3}$

3. Transformar a radicales simples

$$\sqrt{3x + y - 2\sqrt{3xy}} + \sqrt{2x + y + 2\sqrt{2xy}}$$

a) $\sqrt{y}$ b) $\sqrt{x}$
c) $\sqrt{x} + \sqrt{y}$ d) $\sqrt{3x} + \sqrt{2x}$
e) $\sqrt{3x} + \sqrt{2y}$

4. Calcular:

$$B = \left(\sqrt{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{2 - \sqrt{3}} - \sqrt{6}\right)^4$$

a) 0 b) 1 c) 2
d) 3 e) 4

5. Transformar en un solo radical doble:

$$\sqrt{12 + 2\sqrt{35}} - \sqrt{9 - 4\sqrt{5}}$$

a) $\sqrt{8 + \sqrt{28}}$ b) $\sqrt{11 + \sqrt{28}}$
c) $\sqrt{11 - \sqrt{56}}$ d) $\sqrt{11 + 2\sqrt{28}}$
e) $\sqrt{11 - 2\sqrt{28}}$

Claves

1. d
2. c
3. d
4. a
5. d