

# Ecuaciones de primer grado



En matemáticas se trabaja con igualdades. Si son ciertas para algunos valores, se llaman **Ecuaciones**. Otras igualdades que son ciertas siempre, se llaman **Identidades**.

Observa:

$$x + 3 = 7$$

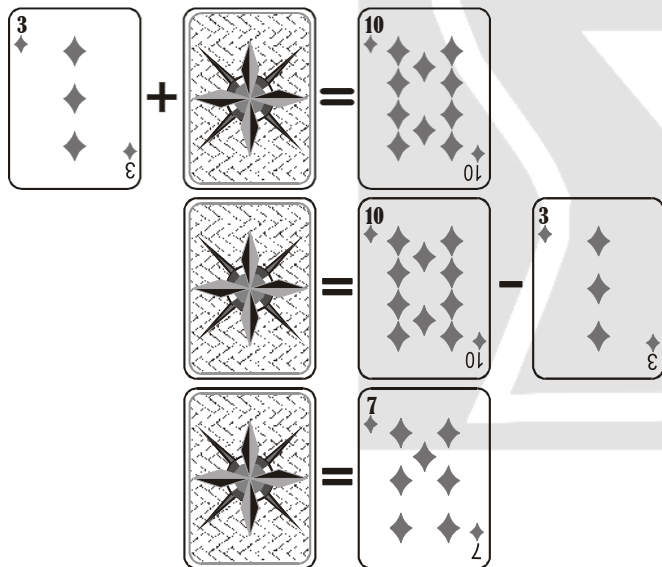
Esta igualdad, se verifica únicamente si:  $x = 4$ ; por lo tanto, se trata de una **Ecuación**.

Ahora observa:  $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$

Esta igualdad se verifica para cualquier valor de "x", por lo tanto se trata de una **Identidad**.

## LAS ECUACIONES

Se llama **Identidad** a aquella igualdad que se satisface para cualquier valor asignado a sus letras. Por ejemplo, el cuadrado de un binomio,  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ , es una identidad. Cualquiera sea el valor que adopten las letras "a" y "b", la igualdad se verifica siempre.



Para ampliar la comprensión debemos imaginar sobre las cartas los posibles números que hacen coincidir los resultados.

$$\begin{aligned} 3 + x &= 10 \\ x &= 10 - 3 \\ x &= 7 \end{aligned}$$

En cambio, hay igualdades que se verifican sólo para algunos valores concretos; son las llamadas **Ecuaciones**. Las letras que intervienen en una ecuación son las **incógnitas** y los valores de esas letras son las raíces de la

ecuación. De este modo, al reemplazar las incógnitas por las raíces se tiene una igualdad numérica:

$$\begin{aligned} x - 1 &= 3x - 11 \\ \text{Reemplazando: } x = 5 &\rightarrow 5 - 1 = 3 \cdot 5 - 11 \\ &4 = 15 - 11 \\ &4 = 4 \end{aligned}$$

Las ecuaciones se pueden clasificar en **polinómicas**, **fraccionarias** e **irracional**. Las enteras son aquellas en que las incógnitas están sometidas a las operaciones de suma, resta y multiplicación:

$$3x + 2 = 5x - 8$$

Ecuación polinómica

Las fraccionarias poseen al menos una de sus incógnitas en el denominador:

$$\frac{3}{x} + 2 = 5x - 3$$

Ecuación fraccionaria

Las irracionales tienen una incógnita bajo el signo radical:

$$x + 3 = \sqrt{x} - 2$$

Ecuación irracional

Las ecuaciones pueden tener una o dos incógnitas y su grado también puede variar.

## Ecuaciones de Primer grado

Las ecuaciones de primer grado con una incógnita son aquellas en las que la única incógnita está elevada a la primera potencia:  $2x + 3 = 15$

La letra "x" es la incógnita y los números 3 y 15 son los términos independientes. Cada una de las partes en que queda dividida la ecuación por el signo "=" se denomina miembro.

Para resolver la ecuación se despeja la incógnita, es decir, ella debe quedar en un miembro de la igualdad, mientras que los términos independientes tienen que pasar al otro miembro.

Para despejar la incógnita, cada término que acompaña a la "x" cambia de miembro con la operación inversa a la que inicialmente tenía, es decir, la de sumar pasa a restar, mientras que la de multiplicar pasa a dividir y viceversa:

$$\begin{aligned} 2x + 3 &= 15 \\ 2x &= 15 - 3 \\ 2x &= 12 \\ x &= 12 \div 2 \\ x &= 6 \end{aligned}$$

El 3 que sumaba en el primer miembro pasa restando al segundo. El 2 que multiplicaba pasa dividiendo al segundo miembro.

Si se reemplaza el valor de "x" en la ecuación se obtiene una igualdad numérica:

$$\begin{aligned} 2 \cdot 6 + 3 &= 15 \\ 12 + 3 &= 15 \\ 15 &= 15 \end{aligned}$$

Ecuación de primer grado

$$\begin{aligned} 8x - 6x &= -4 - 6 \\ 2x &= -10 \\ x &= -\frac{10}{2} \\ x &= -5 \end{aligned}$$

Para resolver esta ecuación se agrupan los términos con incógnitas en un miembro y los términos independientes en el otro:

$$\begin{aligned} 3 - \frac{x}{2} &= 3x + 17 \\ -\frac{x}{2} - 3x &= 17 - 3 \\ \frac{-x - 6x}{2} &= 14 \\ -7x &= 28 \\ x &= -4 \end{aligned}$$

### Problemas resueltos

1. Resolver:  $2x + 7 = x + 10$

**Solución:**

Transponiendo términos tenemos:

$$2x + 7 = x + 10$$

Recuerda que al transponer términos, estos cambian de signo.

$$\frac{2x - x}{x} = \frac{10 - 7}{3}$$

¡Ah! ... y no olvides que la incógnita debes ubicarla a un solo lado de la igualdad.

2. Resolver:  $\frac{x}{6} + 7 = \frac{2x}{3} + \frac{x}{2} + 1$

**Solución:**

En primer lugar, efectuamos el M.C.M. a los denominadores:

$$\frac{x}{6} + \frac{7}{1} = \frac{2x}{3} + \frac{x}{2} + \frac{1}{1}$$

$$\begin{array}{cccccc|c} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \\ 6 & -1 & -3 & -2 & -1 & & 2 \\ 3 & -1 & -3 & -1 & -1 & & 3 \\ 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & & 1 \end{array}$$

Luego: M.C.M. = 6

Así tenemos:

$$x + 42 = 4x + 3x + 6$$

$$\begin{aligned} 42 - 6 &= 4x + 3x - x \\ 36 &= 6x \\ 6 &= x \end{aligned}$$

Procura siempre que la variable permanezca con coeficiente positivo

3. Resolver la ecuación:

$$4x + 3 [2x - 4(x - 2)] = 72 - 6x$$

**Solución:**

Resolviendo el paréntesis:

$$4x + 3 [2x - 4x + 8] = 72 - 6x$$

Eliminando el corchete, se obtiene:

$$4x + 6x - 12x + 24 = 72 - 6x$$

Transponiendo al primer miembro todos los términos con "x" y al segundo los numéricos tendremos:

$$4x + 6x - 12x + 6x = 72 - 24$$

reduciendo:  $4x = 48$

$$x = \frac{48}{4}$$

$$\therefore x = 12$$

4. Resolver la ecuación:

$$(1 + 3x)^2 = (5 - x)^2 + 4(1 - x)(3 - 2x)$$

**Solución:**

Resolviendo los paréntesis:

$$1 + 6x + 9x^2 = 25 - 10x + x^2 + 12 - 20x + 8x^2$$

Transponiendo términos al otro:

$$9x^2 - x^2 - 8x^2 + 6x + 10x + 20x = 25 + 12 - 1$$

Uniendo términos semejantes:

$$36x = 36$$

$$x = \frac{36}{36}$$

$$x = 1$$



9.  $\frac{x}{3} - \frac{x}{4} = 5$

- a) 60                      b) 50                      c) 40  
d) 30                      e) 10

10.  $\frac{x-1}{2} + \frac{x-2}{4} = 2$

- a) 0                      b) 1                      c) 2  
d) 3                      e) 4

11.  $\frac{x-2}{3} + \frac{x+3}{2} = \frac{5}{3}$

- a) 0                      b) 1                      c) 2  
d) 3                      e) 4

12.  $\frac{[(x^2)^3]^4}{x^{23}} + 3 = \frac{(2^4)^9}{(2^7)^5}$

- a) 1                      b) -1                      c) 0  
d) 2                      e) -2

### Bloque II

1. Hallar "x" en la ecuación:  $4(x + 1) = 20$

- a) 1                      b) 4                      c) 2  
d) 3                      e) 5

2. Resolver:  $3(x + 1) + 4(x - 2) = 16$

- a) 1                      b) 2                      c) 3  
d) 4                      e) 5

3. Indicar el valor que verifica:  $3(x - 1) + 4(x + 2) = 26$

- a) 1                      b) 2                      c) 3  
d) 4                      e) 5

4. Resolver:  $(x + 1)^2 = x^2 + 13$

- a) 10                      b) 2                      c) 8  
d) 4                      e) 6

5. Resolver:  $(x - 3)^2 = (x + 5)^2$

- a) 0                      b) -1                      c) 1  
d) 2                      e) 3

6. Hallar "x" en la siguiente ecuación:

$$(x + 5)(x + 4) = (x + 3)(x + 2)$$

- a)  $-\frac{7}{2}$                       b) 1                      c) 2  
d) 7                      e) 4

7. Indicar el valor de "x":  $(x - 1)^2 = x^2 + 13$

- a) 2                      b) 4                      c) -6  
d) -4                      e) 6

8. Resolver:  $5(x + 1) + 3(x - 2) = 3(3x - 2)$

- a) 1                      b) 2                      c) 3  
d) 4                      e) 5

9. Resolver:

$$\frac{1}{2} + x - \frac{x}{6} = \frac{1}{3} + 16 - \frac{2x}{9}$$

- a) -12                      b) 15                      c) 9  
d) 8                      e) -7

10. Resolver:

$$\frac{x+1}{2} - 6 + \frac{1-x}{5} = \frac{7}{10}$$

- a) 20                      b) -12                      c) 9  
d) -16                      e) -20

### Bloque III

1. Resolver:  $4(3x + 4) = 15(x - 2) + 1$

- a) 12                      b) 13                      c) 14  
d) 15                      e) 16

2. Resolver:  $4(4x - 6) + 2(2x - 3) = 5(2x - 6) - 10$

- a) 0                      b) -1                      c) 1  
d) 2                      e) 3

3. Resolver:

$$(x - 1)(x + 1) + x(1 - x) = 4x(2x + 1) - 8x(x - 2)$$

- a)  $-\frac{1}{19}$                       b)  $\frac{1}{19}$                       c) 1  
d) 19                      e) -19

4. Resolver:

$$6x - 3(x+2)(x-3) + 3x^2 = (x-2)(x-3) - (x+2)(x+3)$$

- a)  $-\frac{18}{19}$       b)  $\frac{18}{19}$       c)  $-\frac{19}{18}$   
d)  $\frac{19}{18}$       e) 0

5. Resolver:

$$x + \frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 11$$

- a) 4      b) 5      c) 6  
d) 7      e) 8

6. Resolver:

$$\frac{5x-5}{x+1} = 3$$

- a) 4      b) 3      c) 2  
d) 1      e) 0

7. Resolver:

$$\left[ \frac{1}{4}(x-2) + \frac{1}{3} \right] - \left[ x - \frac{1}{3}(2x-1) \right] = 0$$

- a) -3      b) -4      c) -5  
d) -6      e) -7

8. Resolver:

$$\left( x - \frac{5}{2} \right) \left( x + \frac{3}{2} \right) - (x-5)(x+3) = \frac{65}{4}$$

- a) 4      b) 5      c) 6  
d) 7      e) 8

9. Resolver:

$$\frac{1}{3} \left[ \frac{1}{3} \left[ \frac{1}{3} \left[ \frac{1}{3} \left[ \frac{1}{3} x - 1 \right] - 1 \right] - 1 \right] - 1 \right] - 1 = 0$$

- a) 363      b) 364      c) 365  
d) 366      e) 367

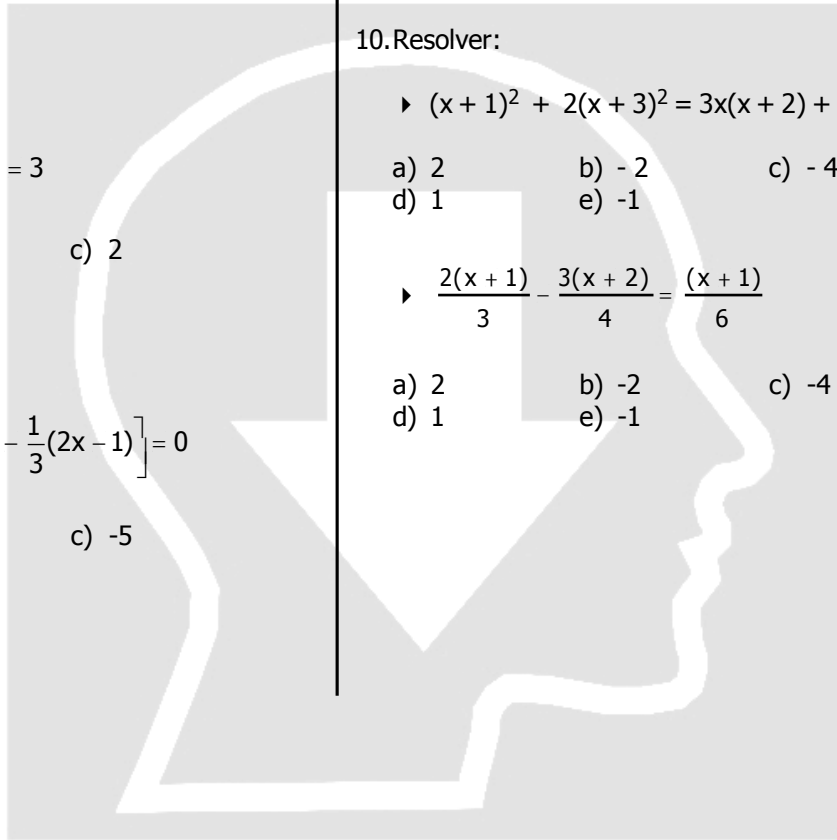
10. Resolver:

$$\triangleright (x+1)^2 + 2(x+3)^2 = 3x(x+2) + 35$$

- a) 2      b) -2      c) -4  
d) 1      e) -1

$$\triangleright \frac{2(x+1)}{3} - \frac{3(x+2)}{4} = \frac{(x+1)}{6}$$

- a) 2      b) -2      c) -4  
d) 1      e) -1



## Autoevaluación

1. Resolver:

$$4x - 4 = x - 16$$

- a) 1                      b) -2                      c) -4  
d) -3                      e) -1

2. Resolver:

$$5(x - 2) + 3x = 2(3x + 4)$$

- a) 9                      b) 6                      c) 7  
d) 2                      e) -3

3. Hallar "x" en la ecuación:

$$3(x - 1) - 4(5 - x) = 2(6 + x)$$

- a) 3                      b) 4                      c) 7  
d) -4                      e) 6

4. Resolver:

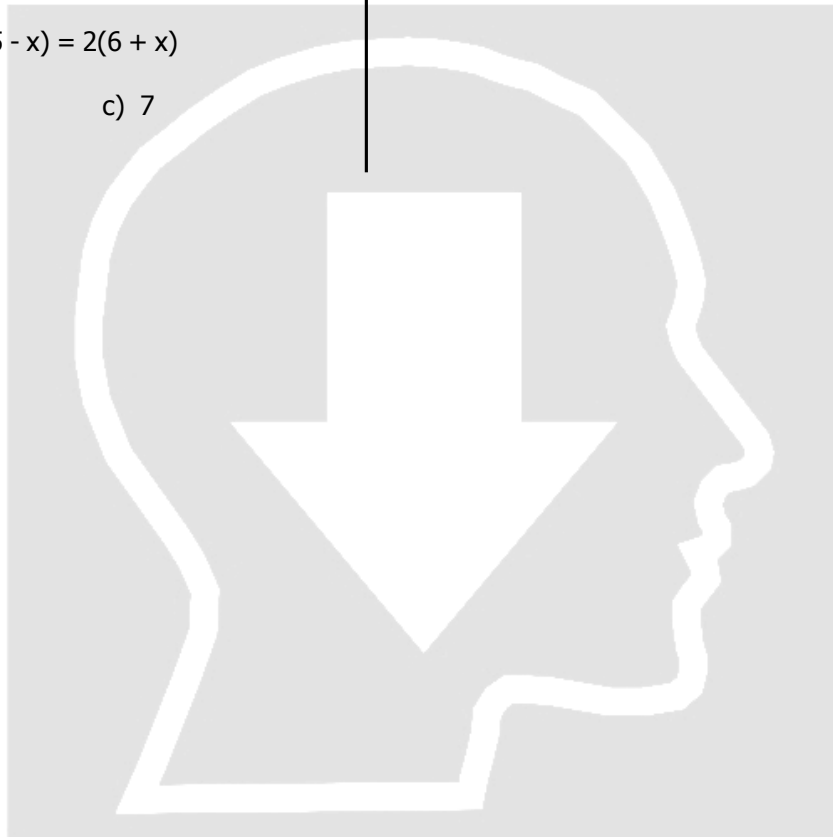
$$\frac{2x}{3} - 8 = \frac{x}{6} + \frac{3}{2}$$

- a) 19                      b) 21                      c) -3  
d) 29                      e) -9

5. Indicar el valor de "x" que verifica:

$$\frac{x}{2} - x = \frac{x}{4} - 9$$

- a) 12                      b) 8                      c) -6  
d) -8                      e) 9



# Ecuaciones de primer grado con enunciado



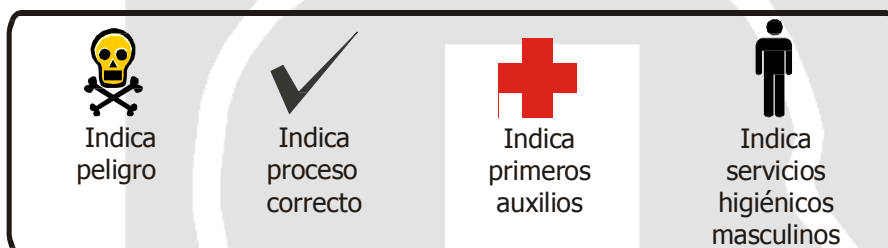
## PREÁMBULO

La comunicación, es una actividad muy importante para la vida y desarrollo de todo ser, pues así se pueden transmitir situaciones de peligro, de hambre, de malestar, etc. Por ejemplo, los animales, para poder comunicarse, han logrado desarrollar diferentes tipos de lenguaje, algunos tan sorprendentes y sofisticados como en el caso de los delfines o los murciélagos (que inclusive llevaron al hombre a inventar el radar). Estos animalitos, emiten señales sonoras de alta frecuencia, imperceptibles al oído humano.

Existen otros lenguajes, quizás, más "sencillos" de comprender como es el caso del perro. Es sabido que al llegar a casa, él te recibirá "saludándote" moviendo la colita. Esta es una señal de afecto o también cuando en algún momento al acercarnos nos gruñe; esta es una señal de incomodidad.

El ser humano, logicamente, no esperaba esta característica; sin embargo él ha logrado desarrollar diferentes tipos de lenguajes, como por ejemplo: el lenguaje simbólico, el lenguaje cromático, el lenguaje gestual, el lenguaje matemático, el lenguaje textual, etc.

Observa los siguientes gráficos:



Corresponden al lenguaje simbólico.

Cuando caminamos por las calles y el semáforo está en verde para ti, indica que puedes cruzar la pista. Cuando vas a la playa y ves una bandera de color rojo, nos indica que el mar está demasiado agitado y por lo tanto no debes nadar. Estos son ejemplos del LENGUAJE CROMÁTICO.

Ahora estos ejemplos corresponden al LENGUAJE GESTUAL:



En el lenguaje matemático hacemos uso de los "números" (que en realidad son los numerales) y de algunas operaciones conocidas (adición, sustracción, multiplicación, etc.) Observa los ejemplos:

$$7 + 3 \times 2^5 ; \left[ \begin{array}{c} \sqrt{25} \\ 2 - \\ 3 \end{array} \right]^2$$

En el lenguaje textual hacemos uso de las letras (que en realidad son grafemas) y las reglas gramaticales. Un ejemplo de este lenguaje es todo lo que has leído anteriormente.

En el tema de hoy relacionaremos dos lenguajes: el **matemático** y el **textual**, interpretándolos de manera adecuada para la solución de problemas.

## PARTE TEÓRICA

En este tema no hay una teoría nueva. Todas las herramientas que necesitas para solucionar problemas, tú ya las conoces.

Quizás lo más dificultoso que pueda haber, es interpretar adecuadamente el lenguaje textual y traducirlo al lenguaje matemático. No hay una regla específica para esta "traducción" sin embargo, aquí tienes unos ejemplos que de seguro te ayudarán:

LENGUAJE TEXTUAL	LENGUAJE MATEMÁTICO
• La suma de dos números	$a + b$
• La suma de los cuadrados de dos números	$x^2 + y^2$
• El cuadrado de la suma de dos números	$(x + y)^2$
• La suma de dos números consecutivos	$x + (x + 1)$
• El cuádruple de lo que tengo, aumentado en 20	$4x + 20$ ; tengo "x"
• El cuádruple, de lo que tengo aumentado en 20	$4(x + 20)$ ; tengo "x"

Ahora, todo es cuestión de que resuelvas los problemas uno a uno. Si por algún motivo encuentras dificultad en alguno, inténtalo nuevamente y con paciencia; poco a poco despejarás tus dudas, ¡tú puedes hacerlo!!

### Problemas resueltos

1. Una habitación rectangular tiene de largo tres veces su anchura y su perímetro mide 24 m. Hallar las dimensiones del rectángulo.

**Solución:**

Sea el rectángulo de ancho "x":



Dato del problema:

$$\begin{aligned} 3x + 3x + x + x &= \text{perímetro} \\ 8x &= 24 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

Luego, las dimensiones son: largo = 9  
ancho = 3

2. En una reunión hay 64 personas, siendo el número de niños el triple de los adultos. ¿Cuántos son los niños y cuántos los adultos?

**Solución:**

Si "x" es el número de adultos, el de niños será "3x".

Según el enunciado:

$$\begin{aligned} x + 3x &= 64 \\ 4x &= 64 \\ x &= 16 \end{aligned}$$

Luego; los reunidos son: adultos = 16  
niños =  $3 \times 16 = 48$

3. Hallar tres números pares consecutivos que sumados den 216.

**Solución:**

Si llamamos "x" al primero, "x + 2" y "x + 4" serán los otros dos.

Según el enunciado:

$$\begin{aligned} x + (x + 2) + (x + 4) &= 216 \\ x + x + x + 6 &= 216 \\ 3x + 6 &= 216 \\ 3x &= 210 \\ x &= 70 \end{aligned}$$

∴ Los números son 70; 72; 74

4. Hallar dos números que sumados den 300 y restados 200.

**Solución:**

Llamemos "x" al mayor de ambos, el menor valdrá  $300 - x$ , la diferencia de ambos números es 200 que se formulará por la ecuación:  $x - (300 - x) = 200$

Eliminando el paréntesis:

$$\begin{aligned} x - 300 + x &= 200 \\ 2x &= 500 \\ x &= 250 \end{aligned}$$

∴ el mayor: 250  
el menor: 50



5. Repartir 210 soles entre tres personas de modo que la segunda reciba 35 soles menos que la primera y 20 soles más que la tercera.

**Solución:**

Según el enunciado: sea "x" la cantidad que recibe la primera persona:

A: x

B: (x - 35)

C: (x - 35) - 20

Luego:  $x + (x - 35) + (x - 35) - 20 = 210$

Reduciendo:

$$3x - 90 = 210$$

$$3x = 300$$

$$x = 100$$

Finalmente reciben: A = 100

B = 65

C = 45

**Problemas para la clase**

**Bloque I**

1. ¿Cuál es el número que aumentado en 36 nos da 104?

- a) 67                      b) 68                      c) 69  
d) 70                      e) 71

2. Hallar el número que disminuido en 13, da como resultado 254.

- a) 267                      b) 266                      c) 265  
d) 264                      e) 263

3. ¿Cuál es el número cuyo duplo, aumentado en la unidad da como resultado 35?

- a) 13                      b) 14                      c) 15  
d) 16                      e) 17

4. Calcular el número cuyo triple disminuido en 5 resulta 307.

- a) 102                      b) 103                      c) 104  
d) 105                      e) 106

5. Hallar el número cuyo duplo aumentado en su mitad da como resultado 40.

- a) 8                      b) 16                      c) 32  
d) 6                      e) 1

6. El triple de la edad de Carlos, aumentado en un año, es igual al duplo de su edad aumentado en 15 años. ¿Cuál es la edad de Carlos dentro de 12 años?

- a) 22 años                      b) 24                      c) 26  
d) 28                      e) 30

7. José tiene cuatro años menos que Leo. Si la suma de ambas edades es 18 años, ¿cuál es la edad de Leo dentro de tres años?

- a) 14                      b) 13                      c) 12  
d) 11                      e) 10

8. Las edades de Dora y de María suman 18 años. Si Dora es mayor que María por seis años, ¿qué edad tenía Dora el anteaño pasado?.

- a) 9 años                      b) 10                      c) 11  
d) 12                      e) 13

9. La suma de las edades de José y Marco es 28. Si la diferencia de estas edades es cuatro años, ¿cuál será la diferencia de estas edades dentro de 13 años?

- a) 4                      b) 8                      c) 12  
d) 13                      e) 15

10. La suma de dos números es 200 y su diferencia 32. ¿Cuál es el número mayor?

- a) 84                      b) 116                      c) 85  
d) 115                      e) 100

**Bloque II**

1. El mayor de dos números es tres veces el menor. Si la suma de ambos es 72, calcular su diferencia.

- a) 18                      b) 36                      c) 54  
d) 60                      e) 70

2. Entre Carlos, Ernesto y Alex tienen S/. 1 800. Si Ernesto tiene el triple de lo que tiene Carlos, y Alex tiene S/. 200 menos de lo que tiene Carlos, ¿qué cantidad tiene Ernesto?

- a) S/.200                      b) 400                      c) 1 200  
d) 1 300                      e) 1 400

3. Descomponer 180 en dos sumandos, tales que al dividir uno por el otro, da como cociente 4. ¿Cuál es el mayor sumando?

- a) 144      b) 120      c) 72  
d) 52      e) 36
4. Un número dividido por el otro, da como cociente 7. Si la suma de ambos es 240, ¿cuál es el número menor?
- a) 10      b) 20      c) 30  
d) 40      e) 50
5. Hallar un número, sabiendo que aumentado en 18 equivale al triple de su valor.
- a) 4      b) 7      c) 6  
d) 9      e) 12
6. El exceso del doble de un número sobre 18 es igual al triple, del número disminuido en 10, ¿cuál es ese número?
- a) 8      b) 6      c) 12  
d) 14      e) 16
7. Se tienen dos números, el mayor excede al menor en 15 unidades. Si al menor se le aumentara sus  $\frac{3}{4}$  resultaría lo mismo que la mitad del mayor. ¿Cuáles son esos números?
- a) 6 y 21      b) 8 y 23      c) 7 y 22  
d) 3 y 18      e) 4 y 19
8. Hallar dos números sabiendo que uno excede al otro en ocho unidades y que el menor es 35 unidades menos que el doble del mayor. Dar el mayor de estos números.
- a) 12      b) 15      c) 19  
d) 18      e) 27
9. La suma de tres números enteros consecutivos es 47 unidades más que el número menor. Hallar el mayor de los tres números.
- a) 18      b) 20      c) 22  
d) 24      e) 25
10. Si se multiplica el menor y mayor de tres números pares consecutivos se obtiene un número que es 96 unidades menos que el producto del mayor y el segundo número de los tres mencionados. Hallar el mayor de ellos.
- a) 40      b) 48      c) 42  
d) 46      e) 50

### Bloque III

1. Un sombrero y un vestido costaron 42 soles. Si por el sombrero se pagaron 22 soles menos que el vestido, ¿cuánto costó el vestido?
- a) S/.10      b) 32      c) 12  
d) 18      e) 25
2. ¿Qué número sumado con el triple de sí mismo dará 16?
- a) 2      b) 4      c) 6  
d) 8      e) 10
3. Hallar cuatro números impares consecutivos cuya suma dé 88, indicar el mayor.
- a) 19      b) 21      c) 23  
d) 25      e) 27
4. Buscar tres números consecutivos que sumados den 66. Indicar el menor.
- a) 23      b) 22      c) 21  
d) 20      e) 19
5. Si los tres lados de un triángulo miden  $(2x + 3)$ ;  $(3x - 1)$  y  $(4x + 3)$  centímetros y el perímetro de la figura es de 23 cm; indicar el mayor de estos lados.
- a) 5      b) 7      c) 11  
d) 13      e) 15
6. ¿Cuánto valen los tres ángulos de un triángulo si están expresados por  $(x + 10^\circ)$ ,  $(2x - 5^\circ)$  y  $(3x + 25^\circ)$ ? Dar el mayor.
- a)  $35^\circ$       b)  $45^\circ$       c)  $100^\circ$   
d)  $110^\circ$       e)  $150^\circ$
7. Juan, Pedro y Andrés, reúnen al cabo de dos semanas de trabajo 900 soles. Pedro tiene el doble jornal que Juan y Andrés el triple que éste. ¿Cuánto gana cada uno? Indicar el menor.
- a) S/.450      b) 300      c) 150  
d) 100      e) 50
8. Hallar tres números pares consecutivos que sumados den 216. Indicar el mayor.
- a) 70      b) 72      c) 74  
d) 76      e) 78

9. Los números de grados que forman cuatro radios del círculo, alrededor del centro valen:  $(2x + 10)$ ;  $(3x - 10)$ ;  $(4x + 40)$ ;  $(6x + 20)$ . Indicar el mayor de estos valores.

- a)  $50^\circ$       b)  $60^\circ$       c)  $120^\circ$   
d)  $140^\circ$       e)  $160^\circ$

10. Los dos lados adyacentes de un paralelogramo tienen  $(2x + 4)$  y  $(5x - 2)$  centímetros; el perímetro de la figura es de 74 cm. Hallar el menor de estos lados.

- a) 23      b) 14      c) 13  
d) 9      e) 7