

Reparto proporcional



La salida

Te encuentras en una habitación con cuatro puertas, una puerta está vigilada por una legión de soldados romanos dispuestos a todo. Otra puerta está custodiada por diez perros Dóberman rabiosos. La tercera puerta está custodiada por diez cocodrilos de dos metros de largo cada uno. En la cuarta puerta hay un grupo de veinte leones muertos de hambre. ¿Por qué puerta saldrás de la habitación?

Objetivos

Al finalizar el presente capítulo el alumno estará en capacidad de:

- Reconocer los diferentes tipos de reparto que existen.
- Aplicar las propiedades correctamente.
- Aplicar el concepto de reparto proporcional a situaciones de la vida diaria.

Introducción

El verano pasado tres amigos iniciaron un negocio de venta de artículos playeros. José aportó un capital de S/.1 200, Gerardo aportó S/.1 500 y Santiago S/.2 100. Al finalizar la temporada y luego de pagar los gastos de local e impuestos obtuvieron una ganancia de S/.4 800. ¿Cuánto le corresponde a cada uno, de esta ganancia?. Nos daremos cuenta que la ganancia no se puede repartir en partes iguales debido a que los capitales impuestos fueron diferentes. Le corresponderá mayor parte de la ganancia a Santiago que impuso una capital mayor. Estamos frente a un caso de reparto directamente proporcional, así como este ejemplo podemos encontrar otros, piensa y menciona algunos.

Reparto proporcional

Este capítulo estudia la forma de repartir una cantidad en forma directamente proporcional o inversamente proporcional a ciertos valores que se llaman "índices" de proporcionalidad.

Reparto simple

En este caso el reparto puede ser directo o inverso.

- Reparto directo

Se hace de tal manera que las partes resultantes sean dp a los índices de proporcionalidad.

Para efectuar un reparto directo, se hace lo siguiente:

1. Se suman los índices.
2. Se divide la cantidad a repartir entre dicha suma, siendo el cociente la "constante" de proporcionalidad (K).
3. Las partes se obtienen multiplicando cada "índice" por la "constante" de proporcionalidad (K).

- Ejemplo:
Repartir a 750 en forma dp a 6; 7 y 12.

$$\begin{array}{l} \text{dp} \\ \text{Paso 1: } 750 \left\{ \begin{array}{l} 6 \\ 7 \\ 12 \\ \hline 25 \end{array} \right. \end{array} \quad \text{Paso 2: } \left\{ \begin{array}{l} K = \frac{750}{25} = 30 \end{array} \right.$$

$$\text{Paso 3: } \begin{array}{l} 6 \times 30 = 180 \\ 7 \times 30 = 210 \\ 12 \times 30 = 360 \end{array} \quad \begin{array}{l} \swarrow \\ \rightarrow \text{ Partes} \\ \searrow \end{array}$$

Propiedad

Si a todos los índices de proporcionalidad se les multiplica o divide por un mismo número, entonces el reparto no se altera.

- Ejemplo:

En el reparto que se hizo a 750 en forma dp a 6; 7 y 12 se obtuvieron como resultados: 180; 210 y 360 ... pero ... ¿Qué pasaría si se reparte la misma cantidad dp a 6x2; 7x2; y 12x2? ... Veamos ...

$$750 \left\{ \begin{array}{l} 12 \Rightarrow 12 \times 15 = 180 \\ 14 \Rightarrow 14 \times 15 = 210 \\ \hline 24 \Rightarrow 24 \times 15 = 360 \\ 50 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \swarrow \\ \rightarrow \text{ ¿son las} \\ \searrow \text{ mismas} \\ \text{ partes?...} \\ \text{ "Sí o No"} \end{array}$$

$$k = \frac{750}{50} = 15$$

O sea, que si todos los índices se multiplican por un mismo número, el reparto no se altera.

- Reparto inverso

Se hace en forma ip a los índices, para ello se invierten los índices y luego se efectúan un reparto directo, como ya se conoce.

- Ejemplo: Repartir 594 en forma ip a 2; 3; 6 y 10.

Se multiplica a todos por el MCM de los denominadores = 30

ip → dp

{	2	$\frac{1}{2} \times 30 = 15$	$\rightarrow 15 \times 18 = 270$	Partes
	3	$\frac{1}{3} \times 30 = 10$	$\rightarrow 10 \times 18 = 180$	
	6	$\frac{1}{6} \times 30 = 5$	$\rightarrow 5 \times 18 = 90$	
	10	$\frac{1}{10} \times 30 = \frac{3}{33}$	$\rightarrow 3 \times 18 = 54$	

$k = \frac{594}{33} = 18$

Reparto compuesto

En este caso se trata de repartir una cantidad en forma dp a ciertos números y a la vez en forma ip a otros. Se procede de la siguiente manera:

- Se convierte la relación ip a dp (invirtiendo los índices).
- Se multiplican los índices de las dos relaciones dp.
- Se efectúa un reparto simple directo con los nuevos índices.

- Ejemplo: Repartir 648 en forma dp a 4 y 6 y a la vez en forma ip a 3 y 9.

dp ip → dp dp

{	4	3	$\frac{1}{3}$	→	$\frac{4}{3} \times 3 = 4$	$\rightarrow 4 \times 108 = 432$
	6	9	$\frac{1}{9}$		$\frac{2}{3} \times 3 = 2$	$\rightarrow 2 \times 108 = 216$

multiplicamos $\rightarrow k = \frac{648}{6} = 108$

Problemas para la clase

Nivel I

- Repartir 445 directamente proporcional a $\frac{6}{5}$; $\frac{3}{2}$ y $\frac{7}{4}$ dar la parte mayor.

- a) 150 b) 175 c) 160
d) 125 e) 195

- Repartir 2 700 inversamente proporcional a 15; 20 y 30. Dar la parte menor.

- a) 500 b) 800 c) 600
d) 700 e) 400

- Luego de repartir una cantidad directamente proporcional a los números 10; 12 y 18 se observa que la diferencia entre la mayor y menor parte es 920. Hallar la cantidad repartida.

- a) 3 200 b) 5 400 c) 4 600
d) 7 200 e) 1 500

- Un agricultor ha sembrado tres parcelas de 400 m²; 600 m² y 500 m² recibiendo un pago total de S/.1 200. ¿Cuál fue el pago recibido por la parcela más grande?

- a) S/.150 b) 200 c) 250
d) 180 e) 300

- Repartir 650 en partes que sean inversamente proporcionales a los números 2^{40} ; 2^{41} ; 2^{43} . Dar la mayor parte.

- a) 450 b) 360 c) 300
d) 400 e) 500

- Repartir 2 728 en cuatro partes que sean directamente proporcionales a $\frac{3}{4}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{5}{8}$ y 0,8. Dar la suma de cifras de la parte menor.

- a) 7 b) 6 c) 9
d) 12 e) 14

- Repartir 7 680 soles entre Andrés, Beto y Carlos, de modo que la parte de Andrés sea a la de Beto como 4 es a 3 y la de Beto a la de Carlos como 7 es a 5. ¿Cuánto recibió Andrés?

- a) 3 360 b) 4 210 c) 4 560
d) 5 120 e) 5 480

- Repartir el número 1 395 inversamente proporcional a los números 3^n ; 3^{n+2} ; 3^{n+3} . Indicar la parte mayor

- a) 945 b) 745 c) 925
d) 1 215 e) 1 125

- El comité organizador de la carrera "Los Caminos del Inca" decidió repartir un premio de \$13 500 directamente proporcional a las raíces cuadradas del promedio de las velocidades en todo el recorrido de los 3 primeros. Si las velocidades promedios de los 3 primeros fueron: 200 km/h; 162 km/h y 128 km/h. ¿Cuánto recibió el ganador?

- a) \$4 000 b) 5 000 c) 7 200
d) 4 800 e) 6 000

10. Juan tiene 8 manzanas y Pedro 4 y deben repartirlos equitativamente con dos amigos, para recompensarlos estos entregan 18 soles a Juan y Pedro, ¿cuánto le tocará a Pedro?

- a) S/.3 b) 12 c) 9
d) 6 e) 8

Nivel II

1. Toño, César y Martín reciben "propinas" semanales en forma proporcional a sus edades que son 14; 17 y 21 años respectivamente y se observa que los 2 menores juntos reciben 4 030 unidades monetarias. ¿A cuánto asciende la "propina" de Martín?

- a) 3 730 b) 2 930 c) 2 370
d) 3 120 e) 2 730

2. La suma de tres partes es 1 062; la primera es a la segunda como 4 es a 7 y la segunda es a la tercera como 5 es a 9. Hallar la segunda cantidad.

- a) 315 b) 180 c) 567
d) 742 e) 382

3. Se reparte "N" en 3 partes que sean D.P. a 3 números enteros consecutivos. Al segundo le corresponde:

- a) $N/2$ b) $N/3$ c) $N/4$
d) $N/5$ e) $N/6$

4. Un padre de familia al final del año decidió repartir S/.280 entre sus tres hijos de acuerdo a su aprovechamiento escolar. Con ingrata sorpresa notó que el mayor tuvo 2 notas desaprobatorias y el último solo una desaprobatoria, ¿cuánto le correspondió al de menor rendimiento?

- a) S/.160 b) 120 c) 40
d) 75 e) 60

5. Se reparte una herencia entre 3 hermanos en forma directamente proporcional a las raíces cuadradas de los números : 1 004, 1 911 y 3 900. Hallar el monto de la herencia si el segundo recibió 3 500 dólares.

- a) \$11 500 b) 12 600 c) 9 800
d) 14 500 e) 16 200

6. Repartir 3 010 en partes que sean ip a los números $\sqrt{375}$; $\sqrt{540}$ y $\sqrt{1215}$. Dar la parte mayor.

- a) 1540 b) 1420 c) 1260
d) 1080 e) 940

7. Un hacendado debe sembrar tres terrenos de forma cuadrada de 4; 6 y 9 Hm de lado. Por ello manda preparar los terrenos debiendo pagar un total de S/.9 975. ¿Cuánto pagará por el terreno más grande?

- a) S/.4 360 b) 5 480 c) 4 080
d) 6 075 e) 4 725

8. Dividir el número 15 540 en 3 partes que sean I.P. a 10^8 , 10^9 y 10^{10} . Indicar la parte mayor.

- a) 14 400 b) 14 000 c) 12 500
d) 12 100 e) 11 000

9. Un tío dejó una herencia para sus tres sobrinos preferidos que será repartida directamente proporcional a sus edades. Si los dos menores recibieron 2 100 y 1 400 dólares. ¿Cuánto recibió el mayor que tiene 32 años, si además se sabe que las edades de los dos menores suman 40 años?

- a) \$1 800 b) 2 400 c) 2 800
d) 3 600 e) 3 200

10. Se han asociado 3 personas aportando la primera \$2 000 durante 6 meses, la 2da 4 000 durante 8 meses y la 3ra \$6 000 durante 10 meses. Si al finalizar el periodo obtuvieron una ganancia de 5 200 dólares. ¿Cuánto le corresponde a la persona de menor aportación?

- a) 600 b) 620 c) 540
d) 950 e) N.A.

Nivel III

1. Repartir 2 068 en tres partes inversamente proporcional a 36^3 ; 12^4 y 48^2 . Calcular la menor parte.

- a) 168 b) 198 c) 88
d) 78 e) 68

2. Un millonario deja a sus sobrinos una herencia a repartirse inversamente proporcional a sus edades, recibiendo cada uno \$180 000; \$200 000 y \$300 000. Si el reparto hubiese sido directamente proporcional a sus edades, cuánto le tocaría al mayor.

- a) \$ 200 000 b) 244 800 c) 272 000
d) 163 200 e) 172 000

3. Un premio se reparte dp a los puntajes de los tres primeros concursantes. Efectuada la repartición, el primero recibe \$400 000, el segundo, 320 000 y el último, 180 000. ¿Cuánto hubiera recibido el primero si la repartición se hubiera hecho con los puntajes del primero aumentado en $1/5$ de su valor, del segundo disminuido $1/16$ de su valor y del tercero disminuido en $3/9$ de su valor?

- a) 300 000 b) 240 000 c) 480 000
d) 400 000 e) N.A.

4. Se propone a dos alumnos repartir proporcionalmente un número. Uno lo hace directamente a 3; 4 y 7; el otro lo hace directamente a los cuadrados correspondientes

encontrándose una diferencia de 480 en lo que corresponde a la primera parte. Hallar el número.

- a) 5 185 b) 5 080 c) 5 180
d) 1 554 e) 2 590

5. Tres obreros han colocado en un mes 200; 120 y 80 losetas respectivamente y han acumulado 4; 6 y 3 inasistencias. Si se debe repartir entre ellos 2 900 soles teniendo en cuenta su trabajo y su puntualidad. ¿Cuánto recibirá la tercera persona?

- a) S/.1 200 b) 1 000 c) 800
d) 600 e) 500

6. Tres vecinos quieren pintar las fachadas de sus casas, siendo la longitud de estas 40, 30 y 26 m y deciden pintarlas trabajando en equipo. Si al final el propietario de la primera fachada dio un pago de S/.400 para que se repartan los otros dos. ¿Cuánto le corresponde al último?

- a) S/.150 b) 200 c) 250
d) 180 e) 300

7. Un padre de familia dejó ordenado hacer el reparto directamente proporcional a las edades de sus hijos que son: 28 y 20 años. El reparto por equivocación se hizo inversamente proporcional a las edades, por lo que el menor recibió 5 000 soles más. ¿A cuánto asciende la herencia?

- a) 15 000 b) 25 000 c) 32 000
d) 36 000 e) 30 000

8. Un industrial empezó un negocio, a los nueve meses admitió un socio y 3 meses después de este, entró un tercer socio, cada uno de ellos aportó en el negocio la misma cantidad. Si el negocio duró 16 meses al cabo de los cuales la utilidad fue de 81 000 ¿Cuánto le tocó a cada uno?

- a) 48 000; 21 000; 12 000
b) 40 000; 29 000; 12 000
c) 45 000; 24 000; 12 000
d) 50 000; 19 000; 12 000
e) 50 000; 15 000; 16 000

9. Cuatro socios reúnen 2 000 000 de soles, de los cuales el primero pone 400 000, el 2º las 3/4 partes de lo que puso el primero, el 3º, los 5/3 de lo que puso el 2º y el 4º lo restante. Explotan una empresa industrial durante 4 años. Si hay que repartir una ganancia de 1 500 000 unidades monetarias. ¿Cuánto le corresponde al último?

- a) 420 000 b) 500 000 c) 550 000
d) 600 000 e) 640 000

10. En un juego de lotería participan 4 amigos "A", "B", "C" y "D" los cuales realizaron los aportes siguientes: "A" aportó el doble que "C"; "B" aportó un tercio de "D" pero la mitad de "C". Ganaron el premio y se repartieron de manera proporcional a sus aportes. ¿Cuánto recibió "A" si "D" recibió S/.6 600.?

- a) S/.7 200 b) 7 800 c) 8 000
d) 8 400 e) 8 800

Autoevaluación

1. Al repartir 1 000 en tres partes ip a 18^3 ; 6^4 y 24^2 , una de las partes es:

- a) 144 b) 288 c) 576
d) 324 e) 162

2. Se reparte una cantidad en forma dp a los números: $^3\sqrt{81n}$; $^3\sqrt{72n}$ y $^3\sqrt{576n}$, si la parte mayor es 400, ¿cuál es la cantidad total?

- a) 1 000 b) 800 c) 750
d) 1 100 e) 900

3. Se reparte S/.100 en partes dp a m^2 ; $2m$ y 1 ; siendo "m" un número natural. Si la mayor cantidad al hacer el reparto es 64. Hallar "m" mayor que 2.

- a) 9 b) 2 c) 4
d) 6 e) 7

4. Se reparte 3 645 en partes dp a todos los múltiplos de 2 de dos cifras. ¿Cuánto le corresponde a 80?

- a) 105 b) 110 c) 115
d) 120 e) 125

5. Dos cazadores llevan cinco y tres panes respectivamente. Se encuentran con un tercero y comparten equitativamente los ocho panes entre los tres. Si el tercer cazador pagó ocho monedas en compensación, ¿cuánto le toca a cada uno?

- a) 4 y 4 b) 5 y 3 c) 6 y 2
d) 7 y 1 e) 8 y 0

