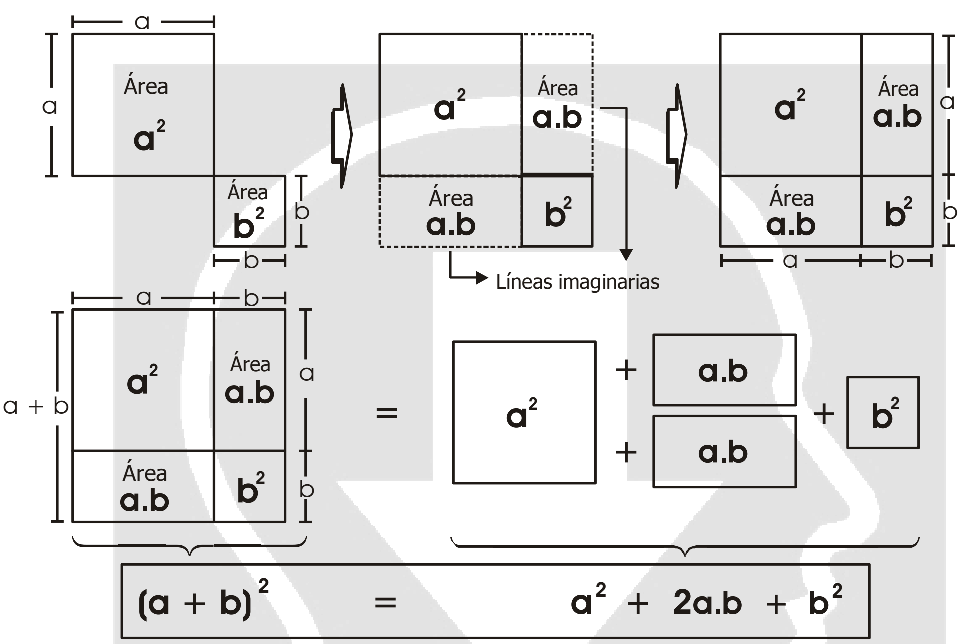
Productos Notables I

(Binomio al cuadrado - Binomio al cubo - Diferencia de cuadrados)

Cuando hablamos sobre Álgebra, Aritmética, Geometría o Trigonometría, quizás algunas personas interpretan esto como una "DIVISIÓN" de la Matemática. Por ejemplo, se podría entender que el Álgebra no tiene vinculación alguna con la Aritmética, o que el Álgebra se encuentra totalmente aislado de la Geometría, etc. Sin embargo, esto no es así; más aún, podemos afirmar que estas cuatro materias se encuentran fuertemente vinculadas. Es por este motivo, que presentamos el siguiente ejemplo:

Interpretación geométrica de un producto notable



Parte teórica

Son multiplicaciones de polinomios de forma conocida cuyo resultado se puede recordar fácilmente sin necesidad de efectuar la propiedad distributiva de la multiplicación.

1. Binomio al cuadrado

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

2. Binomio al cubo

$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

3. Diferencia de cuadrados

$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Ejemplos:

1. Hallar: $\left(\sqrt{2} + \sqrt{3}\right)^2$

Solución:

$$\left(\sqrt{2} + \sqrt{3}\right)^2 = \sqrt{2}^{\cancel{2}} + 2\underbrace{\sqrt{2}.\sqrt{3}} + \sqrt{3}^{\cancel{2}}$$

$$= 2 + 2.\sqrt{6} + 3$$

$$= 5 + 2\sqrt{6}$$

2. Efectuar: $(a - b)(a + b)(a^2 + b^2) + b^4$

Solución:

$$\underbrace{(a - b)(a + b)}(a^2 + b^2) + b^4$$

$$= \underbrace{(a^2 - b^2) . (a^2 + b^2)}$$

$$= a^4 - \cancel{b^4} + \cancel{b^4}$$

$$= a^4$$

Problemas *resueltos*

1. Reducir:

$$(x + 4)^2 + (x - 4)^2$$

Resolución:
desarrollando cada uno de los binomios:

$x^2 + 2x(4) + 4^2 + x^2 - 2x(4) + 4^2$

$x^2 + 8x + 16 + x^2 - 8x + 16$

reduciendo términos semejantes:

$2x^2 + 32$

2. Efectuar:

$$(\sqrt{12} + \sqrt{3})(\sqrt{12} - \sqrt{3})$$

Resolución:
aplicamos $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

$$(\sqrt{12} + \sqrt{3})(\sqrt{12} - \sqrt{3}) = \sqrt{12}^2 - \sqrt{3}^2$$
$$= 12 - 3$$
$$= 9$$

3. Efectuar:

$$(x + y)(x - y)(x^2 + y^2)(x^4 + y^4)(x^8 + y^8) + y^{16}$$

Resolución:
efectuando la multiplicación de dos en dos:

$$\underbrace{(x + y)(x - y)}(x^2 + y^2)(x^4 + y^4)(x^8 + y^8) + y^{16}$$
$$\underbrace{(x^2 - y^2)(x^2 + y^2)}(x^4 + y^4)(x^8 + y^8) + y^{16}$$
$$\underbrace{(x^4 - y^4)(x^4 + y^4)}(x^8 + y^8) + y^{16}$$
$$\underbrace{(x^8 - y^8)(x^8 + y^8)} + y^{16}$$
$$x^{16} \cancel{- y^{16}} \cancel{+ y^{16}}$$

finalmente: x^{16}

4. Si: $x + y = 6$
$xy = 2$

hallar: $x^2 + y^2$

Resolución: $x + y = 6$

elevando a la potencia 2:

$(x + y)^2 = 6^2$

$x^2 + 2xy + y^2 = 36$

$x^2 + 2(2) + y^2 = 36 \rightarrow \quad x^2 + y^2 = 32$

5. Si se tiene:

$$x + \frac{1}{x} = 5$$

hallar: $x^3 + \frac{1}{x^3}$

Resolución:

recordando: $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab\,(a + b)$

se tiene: $x + \frac{1}{x} = 5$

elevando a la potencia 3:

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = 5^3$$

desarrollando:

$$x^3 + \left(\frac{1}{x}\right)^3 + 3\,x.\frac{1}{x}\left(x + \frac{1}{x}\right) = 125$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} + 3(5) = 125$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = 125 - 15$$

$$\therefore\ x^3 + \frac{1}{x^3} = 110$$

Problemas para la clase

Bloque I

1. En cada caso completar lo que falta según los productos notables:

   a. $(x + 3)^2 = x^2 +$ ____$x + 9$

   b. $(2x + 5)^2 =$ ______$x^2 + 20$ _____ $+$ ______

   c. $(x^2 + 2y)^2 = x^4 + 4$ ________ $+ 4y^2$

   d. $(3x^2 - 2y)^2 = 9x^4 -$ _______$x^2y +$ ________

2. Completar en cada caso:

   a. $(x + 3)(x - 3) = x^2 -$ _______

   b. $(2x^2 - 5)(2x^2 + 5) =$ _______ $- 25$

   c. $\left(a + \sqrt{5}\right)\left(\sqrt{5} - a\right) =$ ________ $- a^2$

d. $\left(\frac{2}{3}x^5 - y\right)\left(y + \frac{2}{3}x^5\right) =$ ________ $- y^2$

3. Cuál es el resultado al efectuar:

$$J = \left(\sqrt{7} + \sqrt{2}\right)\left(\sqrt{7} - \sqrt{2}\right)$$

a) 2 b) 5 c) 7
d) 1 e) -1

4. Calcular:

$$\left(\sqrt{5} + 6\right)\left(6 - \sqrt{5}\right)$$

a) 1 b) 16 c) 41
d) 31 e) -31

5. Determinar el valor simplificado de:

$$(a + b)^2 - 2ab$$

a) a^2 b) b^2 c) 2ab
d) $a^2 + b^2$ e) $(a + b)^2$

6. Reducir:

$$J = (2x + 3y)^2 - (4x^2 + 9y^2)$$

a) $8x^2$ b) $9y^2$ c) 6xy
d) 12x e) 12xy

7. Simplificar:

$$G = \left(\sqrt{5} + \sqrt{2}\right)^2 + \left(\sqrt{5} - \sqrt{2}\right)^2$$

a) 10 b) 3 c) 14
d) 17 e) 20

8. Indicar el coeficiente de "x^2"" al efectuar:

$$(2x + 3)^3$$

a) 8 b) 12 c) 36
d) 17 e) 20

9. Reducir:

$$(x + 2)^3 - 2(4x^2 + 6x) + 2x^2$$

a) $6x^2$ b) $x^3 + 12x$ c) $x^3 - 8$
d) $12x + 8$ e) $x^3 + 8$

10. Simplificar el valor de la expresión:

$$(n + 1)^3 + (n - 1)^3$$

a) $2(n^3 - 3n)$ b) $2(n^3 + 3n)$ c) $2(n - 3n^3)$
d) $2(n + 3n^3)$ e) 0

Bloque II

1. Reducir:

$$K = \sqrt{4\left(\sqrt{3} + 1\right)\left(\sqrt{3} - 1\right)}$$

a) $2\sqrt{2}$ b) $\sqrt{3}$ c) 1
d) 2 e) 8

2. Hallar:

$$\sqrt{(a + b)^2 - 4ab}\ ;\ \text{si } a>b.$$

a) a + b b) b - a
c) $\sqrt{a + b}$ d) $\sqrt{a - b}$
e) a - b

3. Reducir:

$$(x + 3)^2 - (x + 2)^2 + (x + 4)^2 - (x + 5)^2$$

a) 0 b) -1 c) -2
d) -3 e) -4

4. Efectuar:

$$\frac{x.(x + y)^2(x - y)}{x^2 - y^2};\quad x \neq y \quad \wedge \quad x \neq -y$$

a) $x^2 + xy$ b) x + y c) x
d) y e) $\frac{x}{y}$

5. Al reducir:
$(4x + 3)^2 - (4x + 3)(4x - 3) + (4x - 3)^2$, obtenemos:

a) $16x^2 + 8x$
b) $16x^2 + 27$
c) $16x^2 + 24x + 18$
d) $16x^2 - 24x - 18$
e) $16x^2 - 8x$

6. Simplificar la expresión:

$$(2x + 1)^2 - (2x)^2$$

a) 4x + 1 b) 4x - 1 c) 2x + 2
d) x + 1 e) x - 1

7. El resultado de efectuar:

$$(x + y)^3 - (x + y)(x^2 - xy + y^2),\ \text{es:}$$

a) 0 b) $x^3 - y^3$
c) $3x^2y + 3xy^2$ d) $x^3 + y^3$
e) $3x^2y - 3xy^2$

8. Al efectuar:

$$\frac{(a+b)^3-(a-b)^3}{(a+b)-(a-b)} \wedge \ b \neq 0\text{; se obtiene:}$$

a) $2a^2 - 2b^2$ b) $-2a^2b^2$
c) $2ab$ d) $3a^2 + b^2$
e) $4ab$

9. Si: $x+\frac{1}{x}=3$, determinar: $x^2+\frac{1}{x^2}$

a) 2 b) 9 c) $\sqrt{3}$
d) 16 e) 7

10. Sabiendo que: $a + b = 6$; $a.b = 7$.
hallar: $a^2 + b^2$

a) 22 b) 36 c) 49
d) 14 e) 24

Bloque III

1. Indicar un término de:

$$(2xy^3 - 5z^4)^2$$

a) $4xy^3$ b) $-20x^2y^6z^8$ c) $25z^4$
d) $4x^2y^6$ e) $10xy^3z^4$

2. Efectuar:

$$(mn + 7)(-7 + mn)$$

a) $49 - m^2n^2$ b) $49 - mn^2$ c) $m^2n^2 - 49$
d) $mn^2 - 49$ e) $m^2n^2 - 7$

3. Si: $a + b = 7$; $ab = 10$; $a > b$
hallar: $a - b$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

4. Si: $a + b = 8$; $ab = 5$; $a > b$
hallar: $a - b$

a) 44 b) $2\sqrt{11}$ c) $4\sqrt{11}$
d) $\sqrt{11}$ e) 11

5. Sabiendo que: $a - b = 7$; $ab = 10$ $\wedge$ $a + b > 0$
hallar: $a + b$

a) $\sqrt{69}$ b) $\sqrt{39}$ c) 35
d) 43 e) $\sqrt{89}$

6. Si: $x+\frac{1}{x}=4$

calcular: $x^3+\frac{1}{x^3}$

a) 52 b) 40 c) 64
d) 84 e) 8

7. Sabiendo que: $x-\frac{1}{x}=6$

calcular: $x^3-\frac{1}{x^3}$

a) 284 b) 234 c) 216
d) 18 e) 0

8. Si: $x^2 + 1 = 3x$
calcular: $x^3 + x^2 + x + x^{-1} + x^{-2} + x^{-3}$

a) 18 b) 25 c) 27
d) 28 e) 5

9. Si se cumple que: $a - b = 8$; $a.b = 11$
calcular el valor de: $a^2 + b^2$

a) 64 b) 42 c) 86
d) 22 e) 12

10. Si sabemos que:

$a^2 + b^2 = 10$
$a + b = 5$

hallar "a.b"

a) 15 b) 7,5 c) 25
d) 12,5 e) 18

Autoevaluación

1. Si se sabe que: $a + b = 9$
   $a \cdot b = 37$

   $a^2 + b^2$

   a) 81 b) 74 c) 7
   d) 17 e) 37

2. Al efectuar: $(4xy + x^2)^3$; uno de los términos es:

   a) $64x^3y^2$ b) $48x^4y^2$ c) $12x^2y^2$
   d) x^8 e) $32x^2y^4$

3. El resultado de: $\left(\sqrt[4]{2} - \sqrt[4]{6}\right)\left(\sqrt[4]{2} + \sqrt[4]{6}\right)\left(\sqrt{2} + \sqrt{6}\right)$; es:

   a) 2 b) 6 c) 4
   d) - 4 e) 0

4. Reducir:

$$\frac{\left(\sqrt{7} + 1\right)^2 - \left(\sqrt{7} - 1\right)^2}{2\sqrt{7}}$$

   a) 1 b) 2 c) 3
   d) 4 e) 5

5. Indicar V o F (V=verdadero, F=falso) en cada una de las siguientes afirmaciones:

   I. $(a + b)^2 = a^2 + b^2$
   II. $(m - n)(n + m) = m^2 - n^2$
   III. $(y - x)^2 = x^2 + y^2 - 2xy$

   a) VFF b) FFV c) FVF
   d) VVV e) FVV

Notas curiosas

Signos con historia

+ y −: No se empezaron a usar hasta el siglo XV. La primera Aritmética comercial escrita en 1489 por Johann Widman, un maestro calculista alemán.

Antes se usaban las letras "p" y "m" del latín plus y minus respectivamente.

× y ÷ : Los signos para las operaciones de Multiplicación y División son más modernos; fueron introducidos en el siglo XVII (concretamente en 1657) por William Oughtred. Sólo un par de años después, Johann Rahn en su libro "Álgebra Alemana" utiliza por primera vez el signo "÷" para indicar la División.

Productos Notables II

(Identidades de Legendre)

Como habrás visto, en el capítulo anterior se estudiaron estos dos productos notables:

* $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

* $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

Observa detenidamente lo anterior y notarás que ambas expresiones pueden escribirse así:

$$(a + b)^n \text{ ; para: } n = 2 \text{ ó para: } n = 3$$

Pero aquí una pregunta, ¿podremos escribir la fórmula: $(a + b)^4$, $(a + b)^5$, $(a + b)^6$, ... etc. de una manera fácil?

La respuesta es afirmativa. Para ello, usaremos este famoso "triángulo":

Observa que los números del triángulo son los coeficientes del desarrollo de:

```
         1
       1 + 1
     1 + 2 + 1   ⟶  (a + b)^2
   1    3   3    1   ⟶  (a + b)^3
   ⋰    ⋮   ⋮    ⋱
```

Ahora, con la ayuda de tu profesor calcula el desarrollo de:

$(a + b)^5$ = ________________________________

Observación

- El anterior triángulo fue ideado por el matemático italiano NICCOLO FONTANA, sin embargo se le atribuye el trabajo a BLAS PASCAL.
- NICCOLO FONTANA era conocido bajo el pseudónimo de TARTAGLIA debido a la tartamudez que padeció.

Parte teórica

Si consideramos el desarrollo de estos productos notables:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Podemos realizar lo siguiente:

SUMA: $\boxed{(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)}$

DIFERENCIA: $\boxed{(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab}$

A estos dos últimos resultados se les denomina IDENTIDADES DE LEGENDRE.

Formulario

1. **Identidades de Legendre**
   - $(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$
   - $(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$
2. **Término común (Identidad de Stevin)**

   $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

Problemas *resueltos*

1. Efectuar:

$$\sqrt{(x + 6)^2 - (x + 4)(x + 8)}$$

Resolución:
desarrollando lo que está dentro de la raíz cuadrada:

$$\sqrt{x^2 + 2x(6) + 6^2 - [x^2 + 12x + 32]}$$

$$\sqrt{x^2 + 12x + 36 - x^2 - 12x - 32}$$

reduciendo términos semejantes:

$$\sqrt{36 - 32} \Rightarrow \sqrt{4} = 2$$

2. Desarrollar: $(x - 5)^3$

Resolución:

recordando: $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

$$(x - 5)^3 = x^3 - 3x^2(5) + 3x(5)^2 - 5^3$$

$$= x^3 - 15x^2 + 75x - 125$$

3. Si: $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{4}{a+b} \quad \wedge \quad a \text{ y } b \neq 0 \ ; \ a \neq -b$

hallar: $\frac{a+2b}{2a+b}$

Resolución:
efectuando:

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{4}{a+b} \rightarrow \frac{a+b}{ab}=\frac{4}{a+b}$$

en aspa se tiene: $(a + b)^2 = 4ab$

$a^2 + 2ab + b^2 = 4ab$

$\underbrace{a^2 - 2ab + b^2} = 0$

trinomio cuadrado perfecto:
$(a - b)^2 = 0 \Leftrightarrow a = b$

finalmente:

$$\frac{a+2b}{2a+b}=\frac{a+2a}{2a+a}=1$$

4. Efectuar:
$(\sqrt{x+abc}+\sqrt{x-abc})(\sqrt{x+abc}-\sqrt{x-abc})\ ; x > abc > 0$

Resolución:
aplicando: $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

$(\sqrt{x+abc}+\sqrt{x-abc})(\sqrt{x+abc}-\sqrt{x-abc})$

$= \sqrt{x+abc}^{\,2} - \sqrt{x-abc}^{\,2}$

$= x + abc - (x - abc)$

$= 2abc$

5. Si: $a + b = 4$
$ab = 2$

hallar: $a^3 + b^3$

Resolución:
recordando: $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$

$a + b = 4$ (elevando al cubo)

$(a + b)^3 = 4^3$; desarrollando:

$a^3 + b^3 + 3ab(a + b) = 4^3$

$a^3 + b^3 + 3(2)(4) = 64$

$\Rightarrow a^3 + b^3 + 24 = 64$

$= a^3 + b^3 = 40$

Problemas para la clase

Bloque I

1. Efectuar: $(x + 3)(x + 4)$

a) $x^2 + 12x + 7$ b) $x^2 + 7x + 12$
c) $x^2 - 3x - 12$ d) $x^2 + 12$
e) $x^2 + 7$

2. Reducir: $(x + 5)(7 + x) - 35$

a) $x^2 + 35x$ b) $x^2 + 12x$
c) $x^2 + 35$ d) x^2
e) 0

3. Calcular: $(x + 7)^2 - (x - 7)^2$

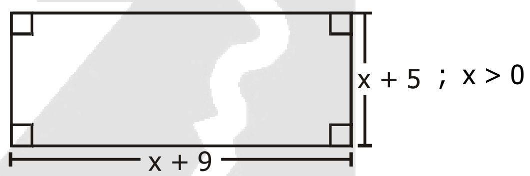
a) 0 b) 4x c) 28x
d) 49x e) 98x

4. Simplificar:

$$[2n + 5]^2 + [2n - 5]^2$$

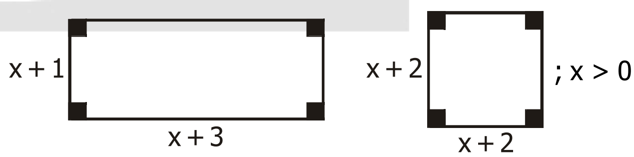
a) $4n^2 + 50$ b) $8n^2 + 25$
c) $16n^2 + 50$ d) $8n^2 + 50$
e) $4n^2 + 25$

5. Determinar el área rectangular:



a) $x^2 + 14x + 45$ b) $x^2 + 45x + 14$
c) $x^2 + 45$ d) $x + 45$
e) $x^2 + 5x + 9$

6. Calcular la suma de áreas de los cuadriláteros:



a) $x^2 + 4x + 3$ b) $x^2 + 4x + 4$
c) $2x^2 + 8x + 7$ d) $2x^2 + 7$
e) $2x^2 + 4$

7. Reducir:

$$(\sqrt{5}+3)(\sqrt{5}+2)$$

a) $11+5\sqrt{5}$ b) $6+\sqrt{5}$
c) 11 d) 10
e) $\sqrt{5}+5$

8. Calcular:

$$\sqrt{(\sqrt{20}+\sqrt{15})(\sqrt{20}-\sqrt{15})+4}$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

9. Reducir:

$$(\sqrt{5}+\sqrt{2})^2-(\sqrt{5}-\sqrt{2})^2$$

a) $4\sqrt{10}$ b) $8\sqrt{5}$ c) $4\sqrt{5}$
d) $8\sqrt{10}$ e) $2\sqrt{2}$

10. Calcular:

$$(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2+(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2$$

a) 8 b) 16 c) 2
d) $2\sqrt{5}$ e) $\sqrt{5}$

Bloque II

1. Hallar: $\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^2+\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2$

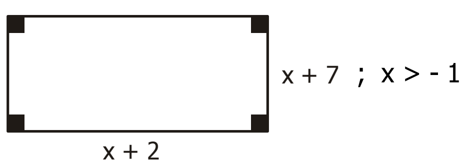
a) 48 b) $4\sqrt{6}$ c) 100
d) 10 e) 24

2. Reducir:

$$\frac{(2x+y)^2-(2x-y)^2}{8xy}\ ;\ xy \neq 0$$

a) -1 b) $\frac{1}{2}$ c) 1
d) $\frac{1}{4}$ e) $\frac{1}{8}$

3. Si tenemos el terreno rectangular:



Entonces, ¿cuál será su área?

a) $x^2 + 14x + 9$ b) $x^2 - 9x - 14$
c) $x^2 + 5x - 9$ d) $x^2 - 9x + 5$
e) $x^2 + 9x + 14$

4. Reducir:

$$(x + 1)(x + 2) - (x + 3)(x + 4) + 4(x + 1)$$

a) $2x - 5$ b) -6 c) $12x + 8$
d) 5 e) $-4x - 10$

5. Si:
- $a + b = 7$
- $a\,.\,b = 10$; hallar: $a^2 + b^2$

a) 29 b) 49 c) 39
d) 109 e) 69

6. Sabiendo que:
- $a + b = 5$
- $a^2 + b^2 = 13$; hallar "ab"

a) 2 b) 4 c) 6
d) 8 e) 9

7. La suma de dos números es $5\sqrt{3}$ y su producto es 16. Calcular la suma de sus cuadrados.

a) 41 b) 43 c) 75
d) 72 e) 36

8. El cuadrado de la suma de dos números es 10 y la suma de sus cuadrados es 6. Calcular el producto de dichos números.

a) 4 b) 3 c) -2
d) 2 e) 1

9. Si un número más la inversa del mismo es 8, calcular el cuadrado del número más la inversa de dicho cuadrado.

a) 64 b) 66 c) 60
d) 62 e) 58

10. La diferencia de dos números es "n". La diferencia de sus cuadrados es "m". Hallar la suma de estos números. $(mn) \neq 0$

a) m b) m^2 c) n^3
d) $\frac{m}{n}$ e) $-n^3$

Bloque III

1. Por cuánto debe multiplicarse: $x^2 - \frac{1}{x^2}$, para obtener:

$$x^4 - \frac{1}{x^4}\ ;\ x \neq 0$$

a) $x^2 + x^{-2}$ b) $x^2 - x^{-2}$ c) $x^2 - 1$
d) $1 - x^2$ e) $x^2 + 1$

2. Reducir: $(x + 1)(x - 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1) + 1$

a) 1 b) -1 c) x^4
d) x^8 e) x^{16}

3. Efectuar:

$$\sqrt[4]{24\,.\,(5^2+1)(5^4+1)+1}$$

a) 15 b) 5 c) 25
d) -5 e) 1

4. Si: $x+\dfrac{1}{x}=5$; calcular: $x^4+\dfrac{1}{x^4}$; $x \neq 0$

a) 416 b) 412 c) 501
d) 527 e) 500

5. Si: $\dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}=7$; hallar: $M=\sqrt{\dfrac{x}{y}}+\sqrt{\dfrac{y}{x}}$; $xy > 0$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

6. Reducir y calcular el valor de:

$$(m-3n)^2-4n(2n-m)+8;\ \text{si: } m-n=8$$

a) 36 b) 32 c) 72
d) 64 e) 90

7. Si: $\dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}=62$, hallar: $\sqrt[3]{\dfrac{x+y}{\sqrt{xy}}}$; $xy > 0$

a) 1 b) 0 c) -1
d) -2 e) 2

8. La suma de dos números es igual al producto de éstos y es igual a 3. Obtener el valor de la suma de sus cuadrados.

a) 3 b) 1 c) 9
d) 6 e) 12

9. La suma de dos números es igual a la suma de los cuadrados de los mismos números y esta última suma equivale a 4. Calcular el producto de los números.

a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 6

10. Si la suma de dos números es $\sqrt{15}$ y su producto es 6. Calcular el producto de la suma de sus cuadrados por la suma de sus cubos.

a) $-9\sqrt{15}$ b) $9\sqrt{15}$ c) $\sqrt{15}$

d) $7\sqrt{15}$ e) $2\sqrt{15}$

Autoevaluación

1. Dadas las siguientes afirmaciones.

II. $(x+a)(x+b)=x^2+abx+(a+b)$
III. $(a+b)^2+(a-b)^2=4ab$

son falsas:

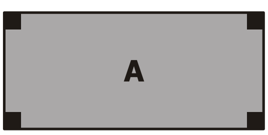
a) Sólo I b) I y II c) II y III
d) Sólo III e) I, II y III

2. Calcular el valor simplificado de:

$$\frac{(2x+3y)^2-(2x-3y)^2}{xy}\ ;\ xy \neq 0$$

a) 6 b) 12 c) 24
d) 8 e) 1

3. Calcular el exceso del área del terreno "A" sobre la del terreno "B". (a > 0)



a + 4

a + 5

a + 1

a + 8

a) 12 b) a + 2 c) 16
d) a e) 1

4. Si: $x+\dfrac{1}{x}=3$; calcular el valor de: $x^4+\dfrac{1}{x^4}$; $x \neq 0$

a) 49 b) 7 c) 47
d) 45 e) 81

5. La suma de dos números es 11. Si su producto es 10, calcular la suma de sus cuadrados.

a) 121 b) 101 c) 20
d) 100 e) 32

Notas curiosas

Y aquí un viejo truco ...

Sigue con atención los siguientes pasos, uno por uno, y llegarás a una conclusión algo increíble !!!

$0 = 0$	**Primer paso: Igualando el cero.**
$4 - 4 = 2 - 2$	**Segundo paso: Equivalencia de la igualdad anterior.**
$4(1 - 1) = 2(1 - 1)$	**Tercer paso: Factorizando el 4 y 2 respectivamente.**
$4 = \frac{2.\cancel{(1-1)}}{\cancel{(1-1)}}$	**Cuarto paso: Pasando a dividir (1 - 1) y simplificando**
$\cancel{4} = \cancel{2}$	**Quinto paso: Simplificando mitad**
$2 = 1$	**Sexto paso: ¿COSA DE LOCOS?**

¿Podrías explicar dónde está el error?