

Método combinatorio



* Supongamos que usted planea realizar un viaje que consistirá en visitar tres ciudades: "A", "B" y "C". Usted ya ha resuelto en que orden visitará las ciudades, pero, ¿cuántos recorridos diferentes son posibles?

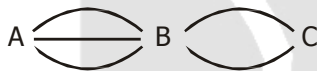
Aunque es posible que este problema carezca de importancia y no corresponda a una situación común, sugiere cierto tipo de problemas que podemos resolver con procedimientos de conteo.

Principio fundamental del conteo

Supongamos que una tarea se puede ejecutar de " m_1 " maneras diferentes, otra tarea se realiza de " m_2 " maneras y seguimos así sucesivamente hasta que llegamos a la k -ésima tarea, que se puede ejecutar de " m_k " maneras; entonces, el número total de maneras de llevar a cabo estas tareas juntas corresponde al producto:

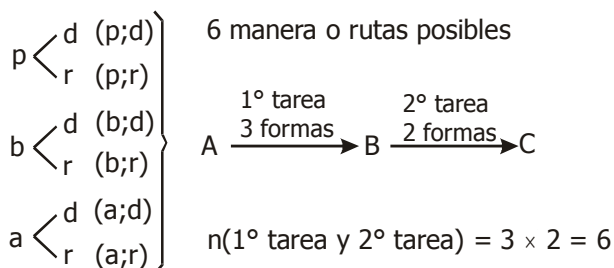
$$m_1 \cdot m_2 \cdot m_3 \cdot \dots \cdot m_k$$

* **Ejemplo:** ¿De cuántas maneras distintas podemos ir de "A" a "C" pasando por "B" y sin regresar en ninguno de los casos?



La primera tarea o evento (ir de "A" a "B") la podemos realizar de 3 maneras: a pie, en bicicleta o en auto (p, b, a) y la segunda tarea (ir de "B" a "C") la podemos hacer: despacio o rapido (dor)

Diagrama del árbol



Ejercicios resueltos

1. ¿Cuántas y cuáles son los posibles pares ordenados (vocal : consonante) que se pueden formar con las letras de la palabra "estudia"?

Resolución:

vocal	consonante
a	d
e	s
i	t
u	
4	x 3 = 12

Los pares ordenados son:

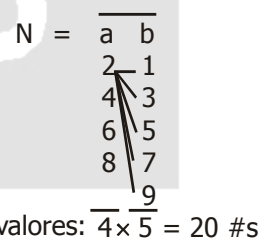
2. Para llegar de la ciudad "A" a la ciudad "B" hay 5 rutas terrestres y 3 rutas aéreas. ¿De cuántas maneras diferentes puede llegar una persona de "A" a "B" utilizando las rutas mencionadas?

Resolución:

Observa que en este caso hay una sola tarea (evento) y dos vías posibles (por tierra o por aire) mutuamente excluyentes.

Para ir de "A" a "B" se pueden utilizar: o 5 rutas terrestres, o 3 rutas aéreas: $5 + 3 = 8$ en total

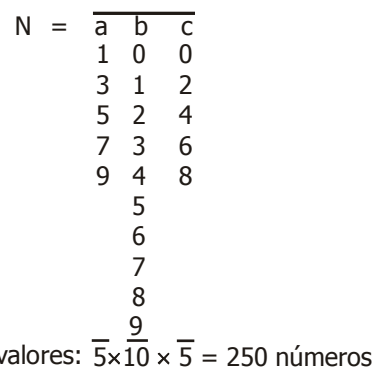
3. ¿Cuántos números de dos cifras empiezan en cifra par y terminan en cifra impar?



4. ¿Cuántos números pares de tres cifras comienzan en cifra impar?

Resolución:

Recuerda que un número es par; cuando termina en cifra par.



5. En el sistema quinario (base 5), ¿cuántos números de cuatro cifras existen?

Resolución:

$$N = \overline{abcd}_{(5)}$$

$$\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 & 2 \\ 4 & 3 & 3 & 3 \\ & 4 & 4 & 4 \end{array}$$

$$4 \times 5 \times 5 \times 5 = 500 \text{ números}$$

6. ¿Cuántos números de dos cifras distintas existen en nuestro sistema decimal?

Solución:

cifras: {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9} en total: 10 cifras

$$N = \overline{du}$$

↳ puede tomar: $(10 - 1) = 9$ valores
↳ puede tomar 9 valores

se pueden formar: $9 \times 9 = 81$ números

Problemas para la clase

Bloque I

1. Supongamos que una placa de moto consta de una letra seguida de un dígito. Si solamente se considera los dígitos: 2, 4, 6, 8 y las letras: "x", "y", "z", ¿cuántas placas diferentes pueden grabarse?

- a) 10 b) 9 c) 8
d) 7 e) 12

2. Si en una facultad de la universidad se ofrecen 10 cursos diferentes por la mañana, 8 por la tarde y 4 por la noche; ¿cuántas opciones diferentes tiene un estudiante de inscribirse en un solo curso?

- a) 320 b) 44 c) 22
d) 160 e) 88

3. Fabiola tiene 6 blusas, 5 faldas y 3 pares de zapatos. Utilizando una de cada tipo de las prendas mencionadas, ¿de cuántas maneras diferentes se puede vestir Fabiola?

- a) 14 b) 90 c) 100
d) 120 e) 150

4. Los equipos de la U y Alianza participan en un torneo. La regla del torneo considera que no hay empates y campeona el primer equipo que gana 2 partidos seguidos o un total de 3 partidos, ¿de cuántas formas se puede desarrollar la serie de partidos?

- a) 14 b) 10 c) 12
d) 8 e) 7

5. ¿Cuántos números impares de tres cifras, comienzan con cifra par?

- a) 100 b) 200 c) 300
d) 400 e) 500

6. ¿Cuántos números de cuatro cifras, todas impares existen?

- a) 125 b) 625 c) 500
d) 250 e) 750

7. ¿Cuántos números de tres cifras del sistema nonario terminan en cifra par?

- a) 360 b) 320 c) 420
d) 480 e) 350

8. En el sistema senario, ¿cuántos números de cinco cifras empiezan y terminan en la misma cifra?

- a) 1260 b) 1480 c) 1240
d) 1800 e) 1080

9. ¿Cuántos números capicúas de cinco cifras existen en el sistema decimal?

- a) 900 b) 9000 c) 90000
d) 90 e) N.A.

10. ¿Cuántos números de cuatro cifras del sistema decimal tienen todas sus cifras diferentes?

- a) 1600 b) 2000 c) 4536
d) 3024 e) 5832

11. ¿Cuántos números de cuatro cifras no emplean la cifra siete en su escritura?

- a) 5832 b) 4716 c) 4214
d) 3976 e) 3168

12. En el sistema decimal, ¿cuántos capicúas de cinco cifras existen, tal que la suma de sus cifras sea un número par?

- a) 500 b) 450 c) 360
d) 480 e) 420

Bloque II

1. ¿Cuántos números de tres cifras menores que 436 pueden obtenerse con los dígitos: 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7; sabiendo que las cifras pueden repetirse?

- a) 335 b) 147 c) 166
d) 135 e) 156

2. ¿Cuántos números pares de cuatro cifras se pueden formar usando los dígitos: 1, 2, 3, 4, 5 y 7; sin que se repitan dígitos en un mismo número?

- a) 180 b) 120 c) 40
d) 60 e) 240

3. ¿Cuántos números de cuatro cifras emplean algún siete en su escritura?

- a) 3168 b) 2592 c) 2520
d) 2439 e) 3120

4. ¿Cuántos números de la forma: $\overline{a(a+2)b(b+5)}$ existen en el sistema decimal?

- a) 35 b) 28 c) 42
d) 32 e) 40

5. ¿Cuántos números de la forma: $\overline{a(a+2)bc(b-2)}$ existen en el sistema octonario?

- a) 240 b) 250 c) 336
d) 280 e) 210

6. ¿En qué sistema de numeración existen 90 números de la forma: $\overline{a(a+4)b(b+4)}$?

- a) decimal b) de base 13
c) duodecimal d) de base 14
e) undecimal

7. ¿En qué sistema de numeración existen 1584 números capicúas de cinco cifras?

- a) nonario b) duodecimal
c) decimal d) de base 13
e) undecimal

8. Señale cuántos productos diferentes, cada uno de tres factores primos, podrá formarse con los cuatro factores primos: 2, 3, 5 y 7.

- a) 12 b) 14 c) 16
d) 18 e) 20

9. Se desea confeccionar placas con las letras: "a", "b", "c" y los números: 1, 3, 5 y 7. ¿Cuántas placas se formarán si deben constar de tres casilleros que tengan

números, letras o ambos?

- a) 720 b) 920 c) 220
d) 120 e) 343

10. En cierto sistema telefónico se utilizan 4 letras diferentes: "P", "R", "S" y "T" y los dígitos: 3, 5, 7 y 8 para designar a los abonados. Hallar el máximo de números telefónicos de que puede constar dicho sistema, sabiendo que cada uno está formado por una letra seguida de un número de 4 cifras.

- a) 1024 b) 256 c) 96
d) 48 e) 512

11. ¿Cuántos números de la forma $\overline{a(b+1)b(a+3)}$ existen en el sistema decimal?

- a) 54 b) 66 c) 72
d) 64 e) 48

12. ¿Cuántos números de cuatro cifras son mayores de 5000 y terminan en 42?

- a) 40 b) 48 c) 50
d) 54 e) 60

13. ¿En qué sistema de numeración hay 1482 números de la forma: $\overline{a(a+2)(b-2)b}$?

- a) en base 39 b) en base 38
c) en base 40 d) en base 41
e) no existe

Enunciado (problema 14 y 15)

Con los dígitos: 0, 2, 3, 4 y 7 se van a formar números de tres cifras siempre (las cifras pueden repetirse), bajo esta condición responder:

14. ¿Cuántos de éstos números son pares?

- a) 40 b) 50 c) 60
d) 80 e) 20

15. ¿Cuántos son múltiplos de 5?

- a) 25 b) 16 c) 30
d) 94 e) 20

