# **Progresión Aritmética**



En el presente capítulo abordaremos conceptos y problemas que fueron tratados por grandes matemáticos, hace miles de años, tal es el caso de lo registrado en el papiro de RIND, hallado por este a fines del siglo pasado, que fue escrito unos 2000 años antes de nuestra era.

Entre los problemas aritméticos que figuraban en dicho papiro esta el de "la repartición del pan" que más adelante se lo planteamos como un desafío.

Por otro lado, la naturaleza nos muestra que muchos fenómenos pueden ser analizados según su recurrencia por ejemplo: el cometa Halley es visible desde la tierra cada 76 años, así también en nuestra vida encontramos aplicaciones sencillas como:

## Ejemplo inductivo:

Un médico recetó a Esmeralda tomar una pastilla cada 5 días a partir del 7 de marzo y durante dicho mes. Completa el siguiente esquema:

Nº toma

Día

## Además:

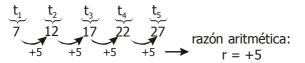
- I. La tercera toma fue el día \_\_\_\_\_\_de marzo.II. La última toma fue el día \_\_\_\_\_\_de marzo y fue la
- III. La diferencia de días entre dos tomas consecutivas es días.

De este ejemplo se observa que:

- i) El conjunto: 7, 12, 17, 22, 27 es un conjunto ordenado donde a cada elemento llamaremos término.
- ii) Cada término tiene un orden designado o número ordinal el cual guarda una correspondencia con su respectivo término. Del ejemplo:

primer término :  $t_1 = 7 = 1 \cdot 5 + 2$ segundo término :  $t_2 = 12 = 2 \cdot 5 + 2$ tercer término :  $t_3 = 17 = 3 \cdot 5 + 2$ cuarto término :  $t_4 = 22 = 4 \cdot 5 + 2$ quinto término :  $t_5 = 27 = 5 \cdot 5 + 2$ 

iii) La característica fundamental de este tipo de conjunto es que: la diferencia de dos términos consecutivos cualesquiera es siempre un valor constante que llamaremos razón aritmética (r). Del ejemplo:





"A un conjunto con esta característica lo llamaremos progresión aritmética"

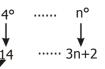
## Definición

Una progresión aritmética es un conjunto de números, ordenados de tal manera que la diferencia de dos términos consecutivos cualesquiera (el de mayor orden menos el otro) es siempre una constante llamada valor de la razón aritmética (r)

## Ejemplo:

No ordinal:

Término:



razón aritmética: r = +3

Según el signo del valor de la razón aritmética, las progresiones aritméticas pueden ser:

i) <u>Progresión aritmética creciente</u>, cuando la razón es positiva (r > 0)

6 , 13 , 20 , 27 , 34 , ....  
+7 +7 +7 +7 
$$\rightarrow$$
 razón: r = +7

ii) Progresión aritmética decreciente, cuando la razón es negativa (r < 0)

20 , 14 , 8 , 2 , -4 , ....  
-6 -6 -6 -6 
$$\rightarrow$$
 razón: r = -6

## Cálculo de un término de la P.A. cuyo lugar es "n".

Se recomienda establecer una correspondencia entre cada término y su respectivo número ordinal.

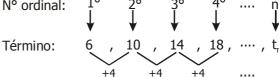
## Ejemplo inductivo:

Dada la P.A.: 6, 10, 14, 18, ....

- i) El término de n esimo lugar (t<sub>n</sub>)
- ii) El término de vigésimo lugar (t<sub>20</sub>)

#### Resolución:

N° ordinal:



i) Cada término se deberá expresar en función de su número ordinal y la razón.

$$t_{2} = 6 + 1(4)$$

$$t_{3} = 6 + 2(4)$$

$$t_{4} = 6 + 3(4)$$

$$\vdots \qquad \vdots$$

$$t_{10} = 6 + 9(4)$$

$$\vdots \qquad \vdots$$

$$t_{n} = 6 + (n - 1) (4)$$

$$t_{n} = 4n + 2$$

 $t_1 = 6$ 

ii) A partir de " $t_n$ " hallaremos " $t_{20}$ ", para lo cual: n = 20 (lugar 20)

$$t_{20} = 4(20) + 2 = 82$$

\* Ejemplo 2:

Dada la siguiente progresión aritmética, halle el término enésimo (t<sub>n</sub>)

N° ordinal: 
$$1^{\circ}$$
  $2^{\circ}$   $3^{\circ}$   $4^{\circ}$  ...  $n^{\circ}$   $1^{\circ}$   $1^{\circ$ 

Luego:

$$t_1 = 7$$

$$t_2 = 7 - 1(3)$$

$$t_3 = 7 - 2(3)$$

$$t_4 = 7 - 3(3)$$

$$\vdots$$

$$t_n = 7 - 3(n - 1)$$

$$t_n = 10 - 3n$$

En general:

Dada una progresión aritmética, el término de enésimo lugar (t<sub>n</sub>) se calcula:

$$t_{n} = t_{1} + (n - 1) \times r$$

#### Cálculo del número de términos de una P.A.

<u>Problema general</u>.- Dada la siguiente progresión aritmética finita, calcule el número de términos (n)

"n" términos 
$$\underbrace{t_1, t_2, t_3, t_4, \dots, t_n}_{r}$$

Sabemos:  $t_n = t_1 + (n - 1) r$ 

Despejando "n" tenemos:  $n = \frac{t_n - t_1}{r} + 1$ 

\* Observa que para calcular el número de términos "n", necesitas:

t₁: primer término

## DESAFÍO

## La repartición del pan

Entre cinco personas se repartieron cinco medidas de trigo, de tal suerte que la segunda recibió más que la primera tanto como le correspondió a la tercera más que la segunda, y a la cuarta más que la tercera y a la quinta más que la cuarta. Además, las dos primeras obtuvieron la séptima parte de las tres restantes. ¿Cuánto recibió la tercera?

## Problemas para la clase

## **Bloque I**

- 1. Halle la fórmula (general) del término enésimo de la siguiente P.A.: 53, 65, 77, ... , t<sub>n</sub>
  - a) 50 + 6n
- b) 37 + 16n
- c) 17 + 12n

- d) 47 + 6n
- e) 41 + 12n
- 2. Halle el término de lugar 23 de la siguiente P.A.:  $12_{(5)}$ ;  $23_{(5)}$ ;  $34_{(5)}$ , .... de como respuesta la suma de sus cifras.
  - a) 6
- b) 7
- c) 8

- d) 9
- e) 10
- 3. Halle el mayor término de tres cifras de la siguiente P.A.: 33, 38, 43, 48, ....
  - a) 993
- b) 999
- c) 990

- d) 998
- e) 988
- 4. ¿Cuántos términos tiene la siguiente P.A.:

- a) 46
- b) 82
- c) 84

- d) 60
- e) 72

5.	La diferencia entre el quinto y segundo término de una P.A. es 33, halle la diferencia entre el término de lugar 15 y el de lugar 23.			Bloque II  1			
	a) 22 d) 88	b) 11 e) 68	c) 40		cifras.		
6.	¿Cuántas cifras pares entre 48 y		ribir todos los números		a) 6 d) 7	b) 12 e) 5	c) 8
	a) 686 d) 887	b) 587 e) 885	c) 987	2.	2. ¿Cuántos térm ab,23,cd,37	_	uiente P.A.:
7.		los los números i leado 679 cifras	mpares desde 67 hasta . Halle "N".		a) 27 d) 20	b) 16 e) 18	c) 22
8	a) 479 d) 849	b) 529 e) 649	c) 629 o sabiendo que en la	3.	3. En una P.A. decreciente los dos primeros térm lugar par son 156 y 168, además el último térr lugar impar es igual a la razón. Calcule la cant términos de la P.A., si es un número par.		
-	enumeración de	meración de todas ellas se observó que en las 12 nas se utilizaron 69 cifras?			a) 32 d) 35	b) 26 e) 30	c) 40
	a) 40 d) 64	b) 80 e) 60	c) 56	4.	Halle el tercer t -141, -132, -12	•	de:
9.	Halle cuántas c términos de la s a1, a9, bc, dd,	iguiente progres	rán al escribir todos los sión aritmética:		a) 5 d) 22	b) 9 e) 21	c) 12
	a) 156 d) 180	b) 527 e) 200	c) 120	5.		, halle la difere	no y segundo término de encia entre el término de
10	Al enumerar las páginas de un libro se han empleado 1353 tipos de imprenta. ¿Cuántos tipos se utilizarían al enumerar el mismo libro en base 7?			a) 132 d) 48	b) 120 e) 92	c) 168	
	a) 1600 d) 1500	b) 1540 e) 1680	c) 1825	6.	¿Cuántas cifra términos de la : 43, 51, 59,,	siguiente P.A.:	para escribir todos los
11	.Calcule la suma la siguiente P.A.		tepenúltimo término de		a) 528 d) 654	b) 456 e) 356	c) 544
	a1, bb, a9,, abc si además: c > a			7.	7. Calcule "a + b + c", si para escribir todos los término del siguiente conjunto ordenado: 30, 35, 40,, ab se empleó 508 cifras.		
	a) 19 d) 8	b) 9 e) 13	c) 11		a) 16 d) 18	b) 20 e) 24	c) 22
12	12.¿Cuántos términos tiene la siguiente P.A.: 12.¿Cuántos términos tiene la siguiente P.A.: 12.¿Cuántos términos tiene la siguiente P.A.: 12.½Cuántos términos tiene la siguiente P.A.:				8. ¿Cuántas cifras se han empleado para enumerar las 650 hojas de un libro?		
	·	b) 136 e) 102	c) 100		a) 4093 d) 1842		c) 4183
	,	,		9.	¿Qué lugar oc progresión ariti		central de la siguiente

 $\overline{ab(a-b)},...,\overline{a8}$ , 52,  $\overline{3b}$ ,  $\overline{cd}$ ?

a) 45

b) 37

c) 21

d) 17

e) 19

10. Calcule la suma de cifras del décimo tercer término de la siguiente P.A.: $511_{(n)}$ , ...,  $100_{(n)}$ ,  $52_{(n)}$ ,  $34_{(n)}$ 

b) 11

c) 6

d) 7 e) 8

11. Todos los términos de la siguiente P.A. son de tres cifras:  $\overline{aaa}$ ,  $\overline{abc}$ ,  $\overline{ac3}$ ,  $\overline{(b-1)dc}$ , ....

Determine cuántos son, si es lo máximo posible.

a) 26

b) 35

c) 64

d) 128

e) 96

12. Dadas las siguientes P.A.:

P.A.<sub>1</sub> = 30, 42, 54, ... P.A.<sub>2</sub> = 81, 96, 111, ...

Halle el vigésimo término común y el lugar que ocupa en la primera P.A.

a) 366; 80

b) 1216; 124

c) 1116; 104

d) 1216; 104

e) 1116;80



