Federico Villarreal

Federico Villarreal nació el 3 de agosto de 1850 en Túcume, departamento de Lambayeque (Perú) (El departamento de Lambayeque tiene como capital departamental a la ciudad de Lambayeque).

A los 14 años fue cajero en una empresa despepitadota de algodón, pero no dejó de lado sus estudios que lo llevarían hacer profesor y así fue: a los 20 años obtuvo el título de preceptor otorgado por la comisión departamental de Instrucción pública de Trujillo el cual le permitió dirigir la escuela oficial de Túcume de 1870 a 1874 y entre 1875 y 1876 dirigió un colegio de instrucción media en la ciudad de Lambayeque, enseñó allí matemáticas y ocupó en él el cargo de vicerrector. Entre 1876 y 1877 tuvo bajo su cargo una escuela primaria en Lambayeque.

La experiencia de Villarreal como maestro elemental señaló sólo una primera etapa. Su vocación de matemático bullía desbordando su enseñanza humilde.

Ya en 1873 cuando contaba con tan sólo 23 años descubrió un método para elevar un polinomio cualquiera a una potencia cualquiera.

Entre 1877 y 1880 estudió en la sección de ciencias matemáticas de la facultad de Ciencias de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos (UNMSM) graduándose como bachiller en 1879 con la tesis: "Fórmulas y métodos que deben completarse en matemáticas puras" y como licenciado con la tesis. "Efectos de la Refracción sobre el Disco de los Astros" (1880).

En 1881 se graduó de doctor en ciencias matemáticas mediante la tesis: "Clasificación de Curvas de Tercer Grado" destacando por su originalidad y conclusiones lo cual le mereció a Villarreal la medalla de oro, otorgada por la Facultad de Ciencias al primer doctor de su época, quien a la vez, se constituye en el primer matemático profesional del siglo XX en el Perú.

Su labor docente universitaria la inicia como profesor adjunto en la Facultad de Ciencias de la UNMSM en 1880, donde dictó su primer curso: Astronomía, luego en esa misma casa de estudio se encarga de los cursos: Revisión de Matemáticas, Mecánica Racional, Geodesia y Teoría General de Motores y Máquinas.

Por su gran prestigio y sus dotes profesionales e intelectuales, llegaría a ser decano de la facultad de Ciencias en dos oportunidades: de 1903 a 1917 y luego de 1919 a 1923. Siguió estudios en la Escuela nacional de Ingenieros desde 1882 hasta graduarse de ingeniero civil y de minas en 1886. En este centro docente enseñó los cursos de física, cálculo infinitesimal, teoría de caminos, puentes y ferrocarriles, Topografía y luego los cursos de Resistencia de Materiales e Hidráulica. El Dr. Federico Villarreal fallece en Barranco (Lima) el 3 de enero de 1923.

En matemáticas sus principales trabajos fueron:

1. "Elevación de polinomios a una potencia cualquiera" (1879)
2. "Clasificación de las curvas de tercer grado" (tesis doctoral de 1881). En este trabajo Villarreal logra obtener y clasificar matemáticamente 80 curvas de tercer grado.
3. "Aportes a la teoría de los números" (1897) La teoría de los números atrajo siempre la atención de Villarreal tal es asi que le dedicó numerosos artículos. Entre ellos se destacan dos teoremas referentes a criterios de divisibilidad que el descubrió:

   * La diferencia de dos números que son representados por las mismas cifras en dos sistemas de numeración de bases diferentes es divisible por la diferencia de las bases.
   * Un número es divisible por un cierto divisor si lo es la suma de sus cifras cuando se le escribe en el sistema de numeración cuya base es el divisor aumentado en la unidad; o bien si los es la suma de sus cifras de lugar par menos la suma de las de lugar impar cuando se le escribe en el sistema de numeración cuya base es el divisor disminuido en la unidad.

4. Geometría no Euclídeana" (1898)
   Este trabajo fue presentado por Villarreal en el Primer Congreso Científico Latinoamericano realizado en Buenos Aires (Argentina) en 1898. Aquí describe los fundamentos de las geometrías de Lobatschewsky y Riemann.
5. "Poliedros Regulares y semirregulares" (1906-1907)
   Esta obra contiene una exposición histórica y el cálculo de volúmenes de los poliedros regulares y semiregulares empleando los principios de la trigonometría esférica.
6. "Integración por Traspasos" (1920)Trabajo que apareció por primera vez como parte de sus tesis de bachiller en 1879 en que valiéndose del método de integración por partes obtiene una fórmula que generaliza la llamada fórmula de integración de Bernouilli.
7. "Resolución general de las ecuaciones de quinto grado"
   Estudio critico de un método propuesto por Wronski hace en este trabajo el empleo de una función que llama "función Shin" que corresponde a los actuales determinantes, explica los errores de Wronski y concluye con la imposibilidad de la solución algebraica de las citadas ecuaciones.

Productos notables

Son productos indicados que tienen una forma determinada, de los cuales se puede recordar fácilmente su desarrollo, sin necesidad de efectuar la operación.

1. Trinomio cuadrado perfecto

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Identidad de Legendre

I_1: $(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$
I_2: $(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$

2. Diferencia de cuadrados

$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

3. Desarrollo de un binomio al cubo

$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

Relaciones particulares:

$(a + b)^3 + (a - b)^3 = 2a(a^2 + 3b^2)$
$(a + b)^3 - (a - b)^3 = 2b(3a^2 + b^2)$

4. Suma y diferencia de cubos

$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$

$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$

5. Identidades de Stevin

$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

$(x+a)(x+b)(x+c) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$

$(x-a)(x-b)(x-c) = x^3 - (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x - abc$

6. Identidad trinómica de Argand

$(x^{2m} + x^m y^n + y^{2n})(x^{2m} - x^m y^n + y^{2n}) = x^{4m} + x^{2m}y^{2n} + y^{4n}$

Formas particulares más usuales:

Si: m=1 , n=1
$(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2) = x^4 + x^2y^2 + y^4$

Si: m=1, n=0
$(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1) = x^4 + x^2 + 1$

7. Identidad de Lagrange

- $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = (ax + by)^2 + (ay - bx)^2$
- $(a^2 + b^2 + c^2)(x^2 + y^2 + z^2) = (ax + by + cz)^2 + (ay - bx)^2 + (bz - cy)^2 + (az - cx)^2$

Problemas resueltos

1. Efectuar: $E = (n - 6)(n - 20) - (n - 13)^2 + 50$

Solución:

Efectuando $(n - 6)(n - 20) = n^2 - 26n + 120$
Desarrollando $(n - 13)^2 = n^2 - 26n + 169$
Luego: $n^2 - 26n + 120 - (n^2 - 26n + 169) + 50$

Cambiando de signo: $n^2 - 26n + 120 - n^2 + 26n - 169 + 50$
$E = 120 - 169 + 50$
$E = 1$

2. Simplificar:

$$K = \sqrt{a + \sqrt{b}} \cdot \sqrt{a - \sqrt{b}} \cdot \sqrt{a^2 - b} + b$$

Solución:

$\sqrt{a + \sqrt{b}} \cdot \sqrt{a - \sqrt{b}}$

a una sola raíz:

$$\sqrt{(a + \sqrt{b})(a - \sqrt{b})}$$
$$\sqrt{a^2 - \sqrt{b}^2}$$
$$\sqrt{a^2 - b}$$

Reemplazando en "K":

$$\underbrace{\sqrt{a^2 - b} \cdot \sqrt{a^2 - b}} + b$$

$$\sqrt{a^2 - b}^{\,2} + b$$
$$a^2 - b + b = a^2$$

3. Efectuar:

$$M = (a + x)(a - x)(a^2 - ax + x^2)(a^2 + ax + x^2)$$

Solución:

Agrupando convenientemente:

$$M = \left[\underbrace{(a + x)(a^2 - ax + x^2)}_{\text{suma de cubos}}\right]\left[\underbrace{(a - x)(a^2 + ax + x^2)}_{\text{diferencia de cubos}}\right]$$

$$M = [a^3 + x^3][a^3 - x^3]$$

$$M = (a^3)^2 - (x^3)^2 = a^6 - x^6$$

4. Efectuar:

$$K = (2x - 1)^2 - (x - 3)(3x + 2) + 5 - (x^2 + 3x)$$

Solución:

Desarrollando:

$$(2x - 1)^2 = (2x)^2 - 2(2x)(1) + 1^2$$
$$= 4x^2 - 4x + 1$$

Efectuando:

$$(x - 3)(3x + 2) = x(3x + 2) - 3(3x + 2)$$
$$= 3x^2 + 2x - 9x - 6$$
$$= 3x^2 - 7x - 6$$

Reemplazando en K:

$$K = 4x^2 - 4x + 1 - 3x^2 + 7x + 6 + 5 - x^2 - 3x$$

$$K = x^2 + 3x + 12 - x^2 - 3x$$

Finalmente: $K = 12$

5. Efectuar:

$$\left(\sqrt[3]{9} + 1\right)\left(\sqrt[3]{81} - \sqrt[3]{9} + 1\right)$$

Solución:

$$\left(\sqrt[3]{9} + 1\right)\left(\sqrt[3]{81} - \sqrt[3]{9} + 1\right) = \sqrt[3]{9}^{\,3} + 1^3$$
$$= 9 + 1$$
$$= 10$$

Problemas para la clase

Bloque I

1. Efectuar:

$$B = (x - 3)^2 - (x - 1)^2 + 4x$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 7 e) 8

2. Efectuar:

$$C = \sqrt{(x - 5)^2 - (x + 3)^2 + 16x}$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

3. Calcular:

$$\sqrt{(x + 5)(5 - x) + (x + 3)(x - 3)}$$

a) 5 b) 4 c) 3
d) 2 e) 1

4. Calcular:

$$D = \sqrt{(x + 10)(10 - x) + (x + 6)(x - 6)}$$

a) 2 b) 4 c) 6
d) 8 e) 10

5. Calcular:

$$D = \sqrt{(\sqrt{5} + 1)(\sqrt{5} - 1) + (\sqrt{7} + 1)(\sqrt{7} - 1) - 1}$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

6. Calcular:

$$\sqrt{(x + 4)^2 - (x + 5)(x + 3)}$$

a) 5 b) 4 c) 3
d) 2 e) 1

7. Calcular:

$$\sqrt{(x + 7)^2 - (x + 8)(x + 6)}$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

8. Realizar:

$$M = \left[\frac{(x + y)^2 - (x - y)^2}{xy}\right]^{\frac{1}{2}}$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

9. Calcular:

$$M = \left[(x + 13)(13 - x) + (x + 12)(x - 12)\right]^{0,5}$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

10. Reducir: $M = (2x + 1)^2 + (2x - 1)^2 - 2$

a) 8 b) 0 c) 4
d) $4x^2$ e) $8x^2$

Bloque II

11. Calcular el equivalente de:

$$E = (4a + b)^2 + (4a - b)^2 - 2(8a^2 + b^2)$$

a) $4a^2 + b^2$ b) $16a^2$ c) $8a^2$
d) $4a^2 - b^2$ e) $2b^2$

12. Hallar:

$$M = \left(2x^2 + y^3\right)^2 + \left(2x^2 - y^3\right)^2 - 8x^4$$

a) y^6 b) $2y^6$ c) $-4x^4$
d) $-2y^6$ e) $4y^6$

13. Efectuar:

$$E = (x + y + z)(x + y - z) + (x + y + z)(-x - y + z)$$

a) 0 b) xyz
c) xy d) $xy + xz + yz$
e) $4xy$

14. Efectuar:

$$M = (x + 1)(x + 3) + (x + 2)(x + 2) - 2x^2 - 7 - 5x$$

a) $4x$ b) 2 c) $3x$
d) $2x$ e) $-2x$

15. Calcular: $E = (x + 4)(x - 2) + (x - 6)(x + 4) - 2x^2$

a) 16 b) -16 c) 24
d) -32 e) 30

16. Calcular:

$$E = (x + 3)(x + 2) - (x + 7)(x - 2) + (x + 9)(x - 4) - (x + 4)(x + 1)$$

a) -28 b) -24 c) 54
d) -14 e) -20

17. Si: $a^2 + b^2 = 12$; $ab = 2$
Hallar: $E = a + b$ $(E > 0)$

a) 2 b) 1
c) -4 d) 4
e) dos respuestas

18. Si: $a + b = 5$; $ab = 3$
Hallar: $M = a - b$ $(M > 0)$

a) 1 b) $\sqrt{3}$ c) 7
d) $\sqrt{17}$ e) $\sqrt{13}$

19. Simplificar:

$$E = \left(x^2 - 4x - 1\right)^2 - \left(x^2 - 4x - 2\right)^2 - 2(x - 2)^2$$

a) 0 b) -3 c) 10
d) -9 e) -11

20. Sabiendo que: $a + b = 8$ y $ab = 5$
Hallar: $V = a - b$

a) $\pm 2\sqrt{6}$ b) $\pm\sqrt{10}$ c) $\pm 2\sqrt{11}$
d) $\pm 4\sqrt{11}$ e) $\pm 4\sqrt{6}$

Bloque III

21. Sabiendo que:

$$x + y = \sqrt{4\sqrt{3} + 2}$$

$$xy = 2\sqrt{3} - 3$$

Calcular: $A = \sqrt{x^2 + y^2}$

a) $4\sqrt{3} + 2$ b) $\sqrt{2}$ c) $2\sqrt{2}$
d) $3\sqrt{3}$ e) $\sqrt{3}$

22. Calcular "m" entero positivo de tal forma que:

$$16x^6 + (m - 2)x^3y^4 + 49y^8$$

sea un trinomio cuadrado perfecto.

a) 56 b) 54 c) 58
d) 52 e) 60

23. Calcular:

$$E = \frac{\left(e^x + e^{-x}\right)^2 - \left(e^x - e^{-x}\right)^2}{4}$$

donde: $e = 2{,}7182...$

a) 1 b) 2 c) 4
d) e e) e^2

24. Reducir: $M = (x - y)(x + y)(x^2 + y^2)(x^4 + y^4) + 2y^8$

Si: $x = \sqrt[8]{1 + \sqrt{3}}$; $y = \sqrt[8]{\sqrt{3} - 1}$

a) 1 b) -2 c) $2\sqrt{3}$
d) 2 e) -1

25. Efectuar:

$$(x + y + 2)^2 + 2(x + y + 2)(x - y - 2) + (x - y - 2)^2 - 4x^2$$

a) 1 b) x^2 c) $4x^2$
d) 0 e) $1/x$

26. Calcular:

$$E=\sqrt[32]{1+3(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)}$$

a) 32 b) 16 c) 8
d) 4 e) 2

27. Calcular:

$$M=\sqrt{(x^2+x-7)^2-(x-1)(x+2)(x-3)(x+4)}$$

Si: $x=\sqrt{3}+\sqrt{2}$

a) 1 b) $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ c) $2\sqrt{3}$
d) 3 e) 5

28. Simplificar:

$$\frac{(\sqrt[3]{2}+1)^3}{\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}+1}+1$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

29. Si: $a+b=3$; $ab=5$
Hallar: a^3+b^3

a) -18 b) 27 c) 9
d) -27 e) 18

30. Si: $x+\dfrac{1}{x}=3$

Calcular: $x^3+\dfrac{1}{x^3}$

a) 9 b) 15 c) 18
d) 21 e) 27

31. Efectuar: $(x+1)(x^2+x+1)(x-1)(x^2-x+1)-x^6$

a) 1 b) 2 c) 0
d) -2 e) -1

32. Efectuar:

$$\sqrt[6]{(x+\sqrt[3]{2})(x^2-\sqrt[3]{2}x+\sqrt[3]{4})(x^3-2)+4}$$

a) x^3+2 b) x c) $x+2$
d) 2 e) 0

33. Si: $x^2+x+1=a^5$
$x-1=a$
Hallar: $E=\sqrt[6]{x^3-1}$

a) a b) a^{-1} c) $\sqrt{a}$
d) 1 e) a^2

34. Si: $x^3+y^3=28$; además:
$xy(x+y)=12$

Calcular: $A=x+y$

a) 2 b) 3 c) 4
d) -2 e) -3

35. Efectuar: $(x+3)(x-3)+(x+1)^3-x^3-x(4x+1)+9-2x$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

36. Si: $x^2+y^2=5$; $xy=2$
Hallar: x^6+y^6

a) 125 b) 60 c) 65
d) 50 e) 110

37. Si: $(a+b+c+d)^2=4(a+b)(c+d)$
Encontrar el valor de:

$$A=\sqrt[3(a+b)]{343^{c+d}}$$

a) 4 b) 5 c) 7
d) 3 e) 9

38. Calcular:

$$B=\sqrt{(x^2+2x-4)^2-x(x-2)(x+4)(x+2)} \quad x>0$$

Si: $x=\sqrt{3}+\sqrt{2}$

a) 1 b) $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ c) 4
d) 3 e) 5

39. Sabiendo que: $\dfrac{x^2+1}{x}=\sqrt{2}$ $x\neq 0$

Calcular:

$$E=\left(1+\frac{1}{x}\right)\left(x^2+\frac{1}{x}\right)$$

a) 2 b) $2\sqrt{2}$ c) 0
d) $\sqrt{2}$ e) 4

40. Hallar el equivalente de:

$$F=\sqrt[3]{54+30\sqrt{3}}+\sqrt[3]{54-30\sqrt{3}}$$

a) 2 b) 3 c) 4
d) 6 e) 5

Autoevaluación

1. Calcular:

$$E = \left[(x+1)^2 - (x+2)^2 - (x+3)^2 + (x+4)^2\right]^{2^{-1}}$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

2. Hallar:

$$M = (x+1)(x+2) + (x+2)(x+3) - 2(x+5)(x-2) - 2x$$

a) 14 b) 28 c) 18
d) -28 e) -18

3. Si: $\sqrt{x+ab} + \sqrt{x-ab} = ab$

Hallar: $E = \sqrt{x+ab} - \sqrt{x-ab}$

a) 2 b) 3 c) 5
d) -2 e) -3

4. Efectuar:

$$(x + 3)^3 - (x - 3)^3 - 54$$

a) $2x^3$ b) $18x^2$ c) $54x$
d) 0 e) 54

5. Efectuar:

$$\left(\sqrt[3]{2}+1\right)\left(\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{2}+1\right)-\left(\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2}\right)\left(\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4}\right)$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

Claves
1. b 2. b 3. a 4. b 5. b

LA SERENIDAD

La serenidad es la emoción sosegada que te produce el saber que has asimilado lo que estudiaste. La serenidad es una emoción, pero cosa curiosa, provisionalmente puedes entenderla como una emoción caracterizada por la ausencia de emociones. Sobre todo, de emociones negativas.
Existe una serie de síntomas que indican que un estudiante procede con serenidad. Por ejemplo:

1. *Sus movimientos son armoniosos y seguros, no demuestra impaciencia ni intranquilidad.*
2. *Sus músculos se encuentran relajados y no evidencian ninguna tensión innecesaria. No aprietan la mandíbula.*
3. *Su voz es clara y firme. No se atropella para hablar ni tampoco lo hace demasiado pausadamente.*
4. *El ritmo de su respiración, los latidos de su corazón y la sudoración, son las normales. No aparenta estar agitado.*
5. *Duerme normalmente, no despierta antes de la hora habitual y cuando se levanta no refleja signos de cansancio.*

Pero ten cuidado de llamar serenidad a lo que no es: la despreocupación y la indiferencia son defectos y a veces hay jóvenes que en vez de ocuparse en corregir lo negativo que hay en ellos, encuentran más cómodo rebautizar el vicio con el nombre de una virtud.
el.