

Adición y Sustracción de números enteros



Problema concurso I

Utilizando los dígitos: 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8 y 9 (en ese orden) y sólo las operaciones de adición y sustracción, obtén el número 100.

Ojo: Debes usar cada dígito una sola vez, además, si deseas puedes unirlos para formar nuevos números; por ejemplo, 12; 34; 123; 45; etc.

No te rindas muy pronto, pues hay por lo menos 5 formas distintas de hacerlo. ¡Suerte!

$$100 = \dots\dots\dots$$

$$100 = \dots\dots\dots$$

$$100 = \dots\dots\dots$$

$$100 = \dots\dots\dots$$

$$100 = \dots\dots\dots$$

INTERPRETACIÓN DE LA ADICIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

Imaginemos que nos vamos a desplazar en la recta numérica, en la cual el número cero será nuestro punto de referencia de donde vamos a iniciar nuestro camino.

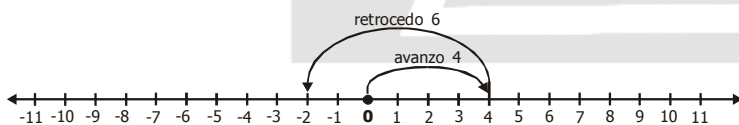
Luego, podremos interpretar la adición de números enteros, asignando números positivos a la distancia que nos vamos a desplazar hacia la derecha (avanzar) y números negativos si nos desplazamos hacia la izquierda (retroceder). Veamos:

* Primero avanzamos 4 m y luego avanzamos 6 m más.



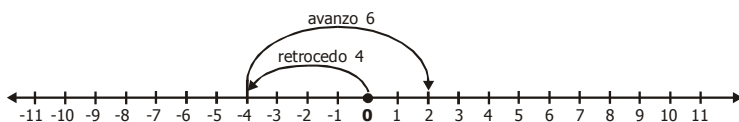
nuestro desplazamiento es: $(+4) + (+6) = (+10)$

* Primero avanzamos 4 m y luego retrocedemos 6 m.



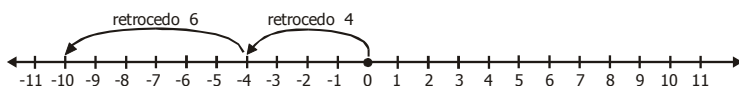
nuestro desplazamiento es: $(+4) + (-6) = (-2)$

* Ahora, primero retrocedo 4 m y luego avanzo 6 m.



nuestro desplazamiento es: $(-4) + (+6) = (+2)$

* Primero retrocedemos 4 m y luego retrocedo 6 m más.



nuestro desplazamiento es: $(-4) + (-6) = (-10)$

Resumiendo estas operaciones:

$$(+4) + (+6) = (+10)$$

$$(+4) + (-6) = (-2)$$

$$(-4) + (+6) = (+2)$$

$$(-4) + (-6) = (-10)$$

Ahora, podemos establecer la siguiente ...

REGLA DE SIGNOS EN LA ADICIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

1. Para sumar números enteros del MISMO SIGNO, sumamos los valores absolutos, y el signo del resultado es el mismo de los sumandos.

Ejemplos:

a) $(-12) + (-8) = (-20)$

b) $(+40) + (+10) = (+50)$

c) $(-300) + (-100) = (-400)$

2. Para sumar números enteros de DISTINTO SIGNO, restamos los valores absolutos (el mayor MENOS el menor), y el signo del resultado es el del MAYOR valor absoluto.

Ejemplos:

a) $(-15) + (+5) = (-10)$

b) $(-15) + (+20) = (+5)$

c) $(+8) + (-9) = (-1)$

PROPIEDADES DE LA ADICIÓN EN \mathbb{Z}

1. Propiedad de clausura

"La suma de dos números enteros es otro número entero".

$$\text{Si: } a \in \mathbb{Z} \text{ y } b \in \mathbb{Z} \Rightarrow (a+b) \in \mathbb{Z}$$

Ejemplo:

$$(+7) \in \mathbb{Z} \text{ y } (-5) \in \mathbb{Z} \Rightarrow (+7) + (-5) = (+2) \in \mathbb{Z}$$

2. Propiedad conmutativa

"El orden de los sumandos no altera la suma".

$$a + b = b + a$$

Ejemplo:

$$(-9) + (+3) = (+3) + (-9)$$

3. Propiedad asociativa

"La forma como se agrupan los sumandos no altera la suma".

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

Ejemplo:

$$\begin{aligned} [(-3) + (-2)] + (+1) &= (-3) + [(-2) + (+1)] \\ (-5) + (+1) &= (-3) + (-1) \\ (-4) &= (-4) \end{aligned}$$

4. Elemento neutro

"El elemento neutro de la adición es el CERO. Si sumamos cualquier número entero a con el CERO, el resultado también es a ".

$$a + 0 = a$$

Ejemplo:

$$(-357) + 0 = -357$$

5. Elemento opuesto o simétrico

"Un número entero es el opuesto de otro, si sumados dan como resultado CERO".

$$a + (-a) = 0$$

Ejemplo:

El opuesto de $(+5)$ es (-5) , pues: $(+5) + (-5) = 0$

El opuesto de (-13) es $(+13)$, pues: $(-13) + (+13) = 0$

SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

Para hallar la diferencia de dos números enteros transformamos la sustracción en una adición del minuendo con el opuesto del sustraendo. Ejemplo:

a) Efectuar: $(-8) - (-3)$

Minuendo \swarrow
Sustraendo \searrow

El opuesto del sustraendo es $(+3)$

La sustracción convertida en ADICIÓN:
 $(-8) + (+3) = (-5)$

Problemas para la clase

Bloque I

I. Efectuar las siguientes sumas:

1. $(+3) + (+8)$
2. $(+9) + (-3)$
3. $(-8) + (+5)$
4. $(-8) + (-7)$

5. $(-3) + (-3)$
6. $(-9) + (+9)$
7. $(+24) + (+32)$
8. $(+9) + (-3) + (-6)$
9. $(+11) + (-9) + (-3)$
10. $(-17) + (-15) + (+32)$

II. Efectuar las siguientes sustracciones:

1. $(+9) - (+3)$
2. $(+8) - (+9)$
3. $(+6) - (+12)$
4. $(+3) - (+2)$
5. $(+7) - (+9)$
6. $(+11) - (-3)$
7. $(+18) - (-9)$
8. $(+24) - (-2)$
9. $(+31) - (-9)$
10. $(-24) - (-3)$

Bloque II

A. Completa el siguiente cuadro escribiendo la propiedad de la adición de números enteros aplicada.

$(+9) + (-2) = (-2) + (+9)$
Propiedad aplicada:
$(-3) + (-8) = -11$
Propiedad aplicada:
$(-10) + 0 = -10$
Propiedad aplicada:
$(-24) + (+24) = 0$
Propiedad aplicada:
$(+7) + (0) = (+7)$
Propiedad aplicada:
$(-37) + (+37) = 0$
Propiedad aplicada:
$(-4) + (-7) = (-7) + (-4)$
Propiedad aplicada:
$(-23) + (0) = -23$
Propiedad aplicada:

B. Efectuar:

1. $-3 + 8 - 2 - 5$
2. $7 + 37 - 9 + 2$
3. $25 - 50 - 100 + 125$
4. $-8 - 9 - 10 + 11 + 12$
5. $(-3 + 8) - (4 - 15)$
6. $(-31 + 20) + (-8 - 15)$
7. $[-15 - (14 - 13) + 8]$
8. $[15 - (12 - 15)] - (15 - 12)$

C. Efectuar:

1. $\{-5 + 7 - [8 - 9 - 10] + 3\} - \{[-(-5 - 8) + 10] - 20\}$
 - a) -13
 - b) 21
 - c) 19
 - d) -19
 - e) 13
2. $\{8 - 15 - [(3 - 8 + 9) - 13] + 5\}$
 - a) 8
 - b) 7
 - c) -7
 - d) -8
 - e) 0
3. $[3 + 8 - 12 + (15 - 17) + 3] - 8 + 9$
 - a) 1
 - b) -1
 - c) 0
 - d) 11
 - e) 17
4. $- \{ - [- 9 - 9 - (9 - 9 - 9)] - 9 \}$
 - a) 9
 - b) -9
 - c) -18
 - d) +18
 - e) 0
5. $\{ - [- 9 + 8 - (-3 - 7)] + [-8 - (7 + 9 + 8) - 15] \}$
 - a) 38
 - b) -38
 - c) -37
 - d) 56
 - e) -56
6. $-5 - \{ - 8 - [-7 - 6 - (-5 - 4)] - 3 - 2 \} - 1$
 - a) -3
 - b) +3
 - c) -4
 - d) -5
 - e) -6

7. $45 - \{-78 + 90 - [-100 + 101]\} - (150 - 157)$

- a) 41 b) 27 c) -27
d) -41 e) 34

8. $-\{7 + [5 - (-7 - 2)]\} + 5 - \{-[9 - (14 - 5) + 3] - 5\} - 8$

- a) 21 b) 42 c) - 21
d) - 16 e) 16

Autoevaluación

1. Hallar "A - B", si: $A = (-5) + (-19)$
 $B = (+25) - (-23)$

- a) -22 b) - 24 c) +72
d) -72 e) + 24

2. En la mañana Polonia amaneció con 5°C de temperatura, si durante el día la temperatura disminuyó 9°C , ¿cuál es su nueva temperatura?

- a) +14 b) -14 c) -4
d) -9 e) -6

3. Es un ejemplo de la propiedad asociativa de la Adición:

- a) $(-15) + (-19) = (-19) + (-15)$
b) $(-15) + [(-19) + (+23)] = [(-19) + (-15)] + (+23)$
c) $(+56) + 0 = (+56)$
d) $(+29) + (-45) = (-16)$
e) Si: $(-15) + (-19) = (-15) + (-10) + (-9)$
entonces: $(-19) = (-10) + (-9)$

4. El opuesto del negativo de (+3) es :

- a) +3 b) -3 c) -1/3
d) +1/3 e) N.A.

5. Efectuar:

$$-\{-15 + 18 - [-47 + 18 - (-5 - 9) + 9] - 9\}$$

- a) 0 b) 1 c) 2
d) 3 e) 4