Potenciación I

Ecuaciones de hace 4000 años

Los babilónicos vivieron hace unos 4000 años, en lo que ahora es Irak. Eran un pueblo muy culto y organizado, imagínense que hasta podían resolver ecuaciones. En la universidad de Columbia (Nueva York) se conservan tablillas con inscripciones babilónicas. En una de ellas aparece este problema:

Los movimientos sísmicos, cuya aparición es por ahora imposible de predecir, son de diversa magnitud e intensidad.

Terremoto de Alaska en 1964. Uno de los mas fuertes ocurridos en ese país.

La escala de Richter nos da idea de la magnitud del terremoto. Esta escala tiene una graduación del 1 al 9 e indica la energía liberada que se mide en ERGIOS.

El ERGIO, equivale a la energía que necesita una fuerza para mover un centímetro una masa de un gramo.

Los terremotos son, casi siempre, de efectos devastadores cuando su intensidad es superior a los 6 grados.

EQUIVALENCIA ENTRE LA ENERGÍA LIBERADA
Y LA MAGNITUD DEL TERREMOTO

Energía liberada en ergios	Magnitud
	8,3 El terremoto más intenso (Japón, 1923)
	8,1 Terremoto de San Francisco (EE.UU., 1906)
	7,8 Terremoto de Ancash (Perú, 1970)
	7,5 Terremoto de Lima (Perú, 1974)
	3,0 Movimiento de terremoto al explotar 200 kg de dinamita
600 000 000 2	2,0 Un movimiento sísmico leve
20 000 000 1	1,0 Un camión de 2 toneladas a una velocidad de 120 km/h

Ahora:

1. Expresa en notación abreviada (potencias de 10) lo siguiente:

   La energía equivalente a la magnitud 2:

   ....

   La energía equivalente a la magnitud 4:

   ....

   La energía equivalente a la magnitud 7:

   ....

2. Escribe mediante potencias de 10 la energía de:

   El terremoto de Lima - 1974:

   ....

   El terremoto de Ancash - 1970:

   ....

   El terremoto más intenso :

   ....

Marco teórico

Potencia es el resultado obtenido al multiplicar un número, llamado BASE, cierta cantidad de veces; esta cantidad es el EXPONENTE.

Ejemplos:

- $\overbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}^{\text{5 veces}} = \underbrace{2}_{\text{base}}{}^{\overset{\text{Exponente}}{5}} = \underset{\text{Potencia}}{32}$

- $\overbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3}^{\text{4 veces}} = \underbrace{3}_{\text{base}}{}^{\overset{\text{Exponente}}{4}} = \underset{\text{Potencia}}{81}$

Exponente natural:

$\boxed{\underbrace{a \,.\, a \,.\, \ldots \,.\, a}_{\text{"n" veces}} = a^n}$; $n \in \mathbb{N},\ a \in \mathbb{R}$

Propiedades

1. $a^m \,.\, a^n = a^{m+n}$	; $m, n \in \mathbb{N}$
2. $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	; $m, n \in \mathbb{N};\ a \neq 0$
3. $a^0 = 1$	; $a \neq 0$
4. $0^n = 0$	; $n \neq 0$

Problemas para la clase

Bloque I

1. Efectuar en cada caso:

   a) $x^5 \,.\, x^7 \,.\, x^9 \,.\, x^{11} =$
   b) $m^{10} \,.\, m^{12} .\, m^{14} .\, m^{16} =$
   c) $a \,.\, a^3 \,.\, a^5 \,.\, a^7 =$
   d) $x \,.\, x^2 \,.\, x^3 \,.\, x^4 \ldots x^9 =$

2. Reducir cada expresión:

   a) $\dfrac{a^{12} .\, b^{10}}{a^8 .\, b^6} =$ b) $\dfrac{m^{15} .\, n^{25}}{m^{10} .\, n^{20}} =$

   c) $\dfrac{2^{4m}}{2^{2m}} =$ d) $\dfrac{m^{2002}}{m^{2001}} =$

3. Efectuar:

$$\frac{x^{221}}{x^{121}}$$

   a) x^{50} b) x^{100} c) x^{150}
   d) x^{200} e) x^{250}

4. Calcular:

$$\underbrace{3 \times 3 \times 3 \times \ldots \times 3}_{\text{30 factores}}$$

   a) 3^{20} b) 3^{30} c) 90
   d) 3^{10} e) 30

5. Calcular:

$$2^1 . 2^2 . 2^3 . 2^4$$

a) 1 024 b) 512 c) 256
d) 128 e) 64

6. Reducir:

$$x . x^2 . x^3 . x^4 . ... .x^{19} . x^{20}$$

a) x^{20} b) x^{200} c) x^{400}
d) x^{210} e) x^{180}

7. Reducir:

$$x^{-1} . x^{-2} . x^{-3} . x^{-4} .x^{-5}$$

a) x^{-15} b) x^{-11} c) x^{-12}
d) x^{-14} e) x^{-16}

8. Reducir:

$$x^1 . x^{-2} . x^3 . x^{-4} . x^5$$

a) x^4 b) x^2 c) x^3
d) x^1 e) x^5

9. Efectuar:

$$x^3 y^4 x^5 y^6 x^7 y^8$$

a) $x^{12}y^{15}$ b) $x^{15}y^{12}$ c) $x^{15}y^{18}$
d) $x^{18}y^{15}$ e) $x^{12}y^{18}$

10. Efectuar:

$$(x^2y)(x^3y^2)(x^4y^3)(x^5y^4)$$

a) $x^{12}y^{10}$ b) $x^{14}y^{12}$ c) $x^{14}y^{10}$
d) $x^{12}y^{14}$ e) $x^{14}y^{14}$

Bloque II

1. Efectuar:

$$\frac{3^8.3^6.3^4}{3^7.3^5.3^3}$$

a) 3 b) 9 c) 81
d) 243 e) 27

2. Reducir:

$$\frac{x^6 . x^{-5} . x^4 . x^{-3} . x^2}{x^5 . x^{-4} . x^3 . x^{-2} . x}$$

a) x^0 b) x c) x^2
d) x^3 e) x^4

3. Reducir:

$$\frac{a^4b^3}{a^2b} + \frac{a^3b^4}{ab^2}$$

a) ab b) 2ab c) a^2b^2
d) a + b e) $2a^2b^2$

4. Efectuar:

$$(5x^3)(4x^2)(3x)$$

a) $6x^6$ b) $16x^6$ c) $36x^6$
d) $66x^6$ e) $60x^6$

5. Efectuar:

$$(3a + 5a + 7a) \div (3a - 5a + 7a)$$

a) 3 b) 3a c) 5
d) 5a e) 1

6. Calcular:

$$\{2^{-1} . 2^{-3}\} \div \{2^{-4} . 2^{-5}\}$$

a) 8 b) 16 c) 32
d) 64 e) 128

7. Efectuar y reducir:

$$2x . x^2 . x^3 + 3x^3 . x^2 . x + 6x^6$$

a) $12x^{18}$ b) $11x^{18}$ c) $12x^6$
d) $11x^6$ e) $6x^{11}$

8. Calcular:

$$(2^5 . 3^4 . 4^3) \div (2^4 . 3^3 . 4^2)$$

a) 6 b) 12 c) 24
d) 36 e) 72

9. Multiplicar:

$$(-5x^4) \text{ por } (-4x^5)$$

a) $-9x^9$ b) $-20x^5$ c) $20x^9$
d) $9x^9$ e) $-9x^{20}$

10. Multiplicar:

$$(-3x^2) \text{ por } [-(-2x^3)]$$

a) $-6x^5$ b) $-6x^2$ c) $5x^5$
d) $-5x^5$ e) $-5x^6$

Bloque III

1. Efectuar:

$$(a^2b^3c^4)(a^{-5}b^{-6}c^{-7})(a^8b^9c^{10})$$

a) $a^2b^3c^4$ b) $a^3b^4c^5$ c) $a^4b^5c^6$
d) $a^5b^6c^7$ e) $a^6b^7c^8$

2. Reducir

$$(\underbrace{5 \times 5 \times 5 \times ... \times 5}_{\text{55 factores}}) \div (\underbrace{125 + 125 + ... + 125}_{\text{625 veces}})$$

a) 5^{39} b) 625^{58} c) 25^{48}
d) 5^{48} e) 5^2

3. Reducir: $x^5y^{-1} . x^4y^{-2} . x^3y^{-3} . x^2y^{-4}$

a) $x^{30}y^2$ b) $x^{20}y^{-10}$ c) $x^{14}y^{-10}$
d) $x^{15}y^3$ e) x^6y^2

4. Efectuar:

$$\frac{a^{30}b^{10}c^5}{a^{10}b^{-10}c^{-15}}$$

a) abc b) a^5b^6 c) a^2b^4
d) $a^{15}b^{15}c^{15}$ e) $(abc)^{20}$

5. Calcular: $x^2 . x^{-4} . x^6 . x^{-8} . x^{10} . x^{-12}$

a) x^{-2} b) x^{-4} c) x^{-6}
d) x^{-8} e) x^{-10}

6. Efectuar: $x^{-2} . x^{-4} . x^{-6} . x^{-8} . x^{-10} . x^{-12}$

a) x^{-38} b) x^{-40} c) x^{-42}
d) x^{-22} e) x^{-24}

7. Hallar el resultado final: $(a^3b^2c^2)(a^4b^3c^2)(a^{-6}b^{-4}c^{-4})$

a) ab^{-1} b) ab c) 3ab
d) a^2b^2 e) abc

8. Indicar el exponente final de:

$$x^2 . x^{-3} . x^4 . x^{-5} . x^6 . x^{-7} . x^8 . x^{-9}$$

a) - 1 b) - 2 c) - 3
d) - 4 e) - 5

9. Efectuar:

$$\frac{2^{27} . 3^{20} . 5^{17}}{5^{17} . 3^{18} . 2^{25}}$$

a) 26 b) 36 c) 46
d) 56 e) 66

10. Hallar: $5x^2 . x^3 . x^4 + 7x^2 . x^3 . x^4 - 6 . x^2 . x^3 . x^4$

a) $6x^6$ b) $6x^4$ c) $6x^8$
d) x^9 e) $6x^9$

Autoevaluación

1. Reducir:

$$(a^2b^5)(a^8b^7)(a^{-9}b^{-11})$$

a) ab b) a^2b^2 c) a^3b^3
d) a^4b^4 e) a^5b^5

2. Simplificar:

$$\frac{a^7}{a^2} + \frac{a^{17}}{a^{12}} + \frac{a^8}{a^3}$$

a) a^3 b) a^5 c) a^{15}
d) $3a^5$ e) $3a^3$

3. Hallar el exponente final al efectuar:

$$x . x^2 . x^3 . x^4 . ... x^9 . x^{10}$$

a) 20 b) 55 c) x^{55}
d) x^{20} e) 25

4. Reducir:

$$\frac{x . x^3 . x^5 . x^7}{x^2 . x^4 . x^8}$$

a) x b) x^2 c) x^3
d) x^4 e) x^8

5. Reducir:

$$(3a^8 + 5a^8 + 7a^8) \div (8a^3 + 2a^3 - 5a^3)$$

a) $3a^8$ b) $3a^3$ c) $3a^5$
d) 3a e) 3

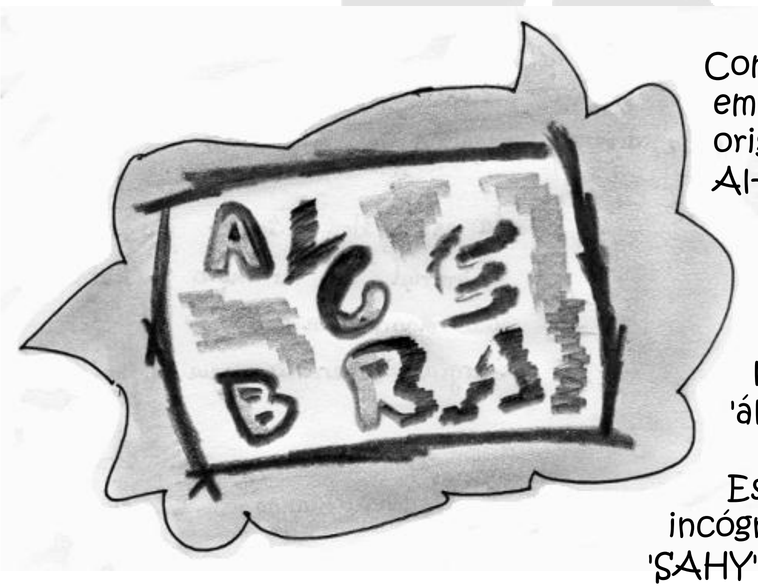
LA SERENIDAD

La serenidad es la emoción sosegada que te produce el saber que has asimilado lo que estudiaste. La serenidad es una emoción, pero cosa curiosa, provisionalmente puedes entenderla como una emoción caracterizada por la ausencia de emociones. Sobre todo, de emociones negativas. Existe una serie de síntomas que indican que un estudiante procede con serenidad. Por ejemplo:

1. *Sus movimientos son armoniosos y seguros, no demuestra impaciencia ni intranquilidad.*
2. *Sus músculos se encuentran relajados y no evidencian ninguna tensión innecesaria. No aprietan la mandíbula.*
3. *Su voz es clara y firme. No se atropella para hablar ni tampoco lo hace demasiado pausadamente.*
4. *El ritmo de su respiración, los latidos de su corazón y la sudoración, son las normales. No aparenta estar agitado.*
5. *Duerme normalmente, no despierta antes de la hora habitual y cuando se levanta no refleja signos de cansancio.*

Pero ten cuidado de llamar serenidad a lo que no es: la preocupación y la indiferencia son defectos y a veces hay jóvenes que en vez de ocuparse en corregir lo negativo que hay en ellos, encuentran más cómodo rebautizar el vicio con el nombre de una virtud.

Álgebra, el arte de la cosa



Como casi todas las palabras actuales que empiezan con "al", el término álgebra tiene origen árabe. Se lo debemos al matemático Al-Khwarizmi.

Escribió una obra que ha servido a los matemáticos occidentales durante años. Su título: "Al - jabr - wa'l muqäbala". De la primera palabra 'Al - jabr' proviene 'álgebra'.

Este mismo matemático designaba a la incógnita de sus ecuaciones con el nombre de 'SAHY' (que significa 'la cosa').

Los algebristas italianos usaban la palabra 'COSA' y los alemanes llamaban a la incógnita 'COSS'. Con esos orígenes, durante una época el "álgebra", fue conocida en Europa como "El arte de la cosa".

Variables y constantes

Tren experimental que logra velocidades increibles

El valor de la velocidad de la luz siempre es el mismo: aproximadamente 300 000 km por segundo, o sea, que es una constante. En cambio, el valor de la velocidad de un automóvil cambia con el tiempo, aumenta o disminuye según la aceleración que lleve, es decir es una variable.

En consecuencia, se define como constantes a las cantidades cuyos valores no se modifican. Por otra parte, se denominan variables aquellas cantidades cuyo valor puede cambiar en el tiempo y en el espacio. Para representar las constantes se utilizan las primeras letras del abecedario: a, b, c, d; mientras que para las variables se emplean la últimas: x, y, z.

Normalmente, los distintos valores que toma una variable dependen de los de otra variable, denominada variable independiente. Por ejemplo, el tiempo que demora un automóvil en recorrer una distancia es función de su velocidad. La velocidad es la variable independiente, mientras que el tiempo es la variable dependiente o función.

Este tipo de funciones se llama funciones empíricas, ya que sus valores se calculan por la simple observación.

La relación de dependencia entre las variables puede estar determinada por operaciones matemáticas; en ese caso la función se llama analítica.

La manera de simbolizar una función es: $y = f(x)$ (se lee "y igual a f de x"), es decir "y" es función de otra variable "x":

$y = 5x - 4$
$f(x) = 5x - 4$

Los valores de la variable dependiente "y", dependen de los que toma "x", si:

$x = 2$
$y = 5 . 2 - 4 = 10 - 4 = 6$

La importancia de las notaciones

La utlización y escogencia de símbolos para denotar conceptos o procesos matemáticos ha resultado de mucha importancia. Antes del siglo XVI el único hombre que introdujo conscientemente el simbolismo para el Álgebra fue Diofanto (alrededor del 250 d.C.). Otros cambios de notación fueron esencialmente abreviaciones de palabras. Alrededor del siglo XV, por ejemplo, se usaba "m" para menos y "p" para más. "+" y "-" se supone fueron introducidos por los alemanes en ese mismo siglo. El "=" fue introducido por el inglés Robert Recorde (1510 - 1550). Viète usó "~" para la igualdad, y Descartes usó "u" para ésta misma. Descartes usó para la raíz cuadrada.

Para que se tenga una idea de la importancia de la notación, mencionemos que el matemático italiano Jerónimo Cardano en su libro Ars Magna (1545) escribía "$x^2 = 4x + 32$" como "quadratu aeqtur 4 rebus p: 32"

Fue el francés Viète quien realizó cambios decisivos en el uso de símbolos en el Álgebra. Fue el primero en usar sistemáticamente letras para las variables o potencias de la variable, y también las usaba como coeficientes.

Otro ejemplo para que se perciba que todas las dimensiones de las matemáticas son históricas, elaboradas por personas de carne y hueso en algún momento: la notación "x^2" para x . x (tan natural) se estandarizó hasta que la introdujo Gauss en el siglo XIX.

Potenciación II

"Las leyes de la naturaleza están escritas en matemáticas".

Johannes Kepler
Matemático alemán del siglo XVII

... y aquí una historia ...

El fin del mundo

Cuenta una leyenda que en un templo de religión hindú, ubicado en la ciudad de Benares (India), se apareció el dios BRAHMA ante el sacerdote mayor y le encomendó una tarea, que aunque parecía insignificante, "podría indicar la fecha del fin del mundo".

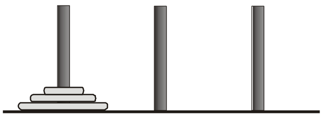
Esta tarea, estaba basada en tres barras (como en el gráfico) y tres discos. Los discos insertados en la barra de la izquierda deberían ser trasladados a la barra derecha. Algo fácil ... ¿no creen?

Sin embargo, aquí está el detalle indicado por el dios Brahma:

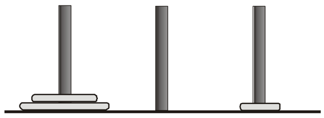
"La tarea será cumplida siguiendo estas tres reglas:

- Los discos pueden ser trasladados uno a uno.
- Se prohíbe colocar un disco grande sobre otro pequeño.
- Los discos pueden ser colocados provisionalmente en la barra intermedia pero respetendo las reglas anteriores".

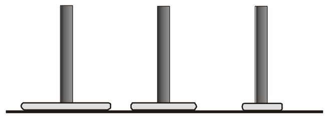
Y aunque el sacerdote tuvo que pensar durante varias horas obtuvo el resultado de la siguiente manera:



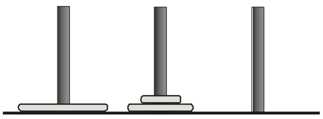
Inicio de la tarea



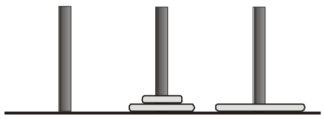
1er movimiento



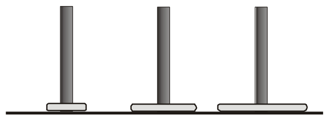
2do movimiento



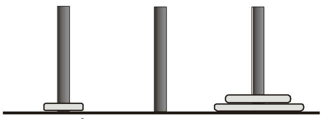
3er movimiento



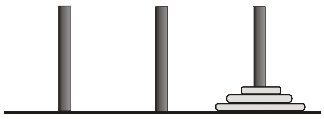
4to movimiento



5to movimiento



6to movimiento



7mo movimiento

Este es el resultado, observa cuantos movimientos se realizaron.

Pasó un año desde su aparición y el dios Brahma reapareció ante el sacerdote y le dijo:

"Llegó el momento, la tarea de hoy podrá determinar la fecha del fin del mundo".

El sacerdote asustado por tal anuncio, pero manteniendo la fe en su dios, aceptó el reto y de pronto aparecieron frente al altar tres barras y 64 discos dispuestos de manera similar al anterior caso.

"Cuando estos 64 discos sean trasladados totalmente al lado derecho, el fin del mundo ... habrá llegado" dijo Brahma, y el sacerdote dio inicio a su trabajo de inmediato.

Pasaron siglos y siglos, pero hasta ahora la tarea no ha sido culminada.

¿Sabes qué es lo curioso de esta tarea? ... pues que para poder trasladar los 64 discos serían necesarios unos ¡¡¡500 mil millones de años ... !!!

¿Y por qué tanto tiempo?... quizás sea una pregunta tuya. Pues presta atención al siguiente cuadro:

Número de discos en las barras	Número de movimientos para el traslado
1 disco	1 movimiento
2	3
3	7
4	15
.	.
.	.
.	.
64	18 446 744 073 709 551 615

¡¡ Lo notaste!! ... se necesitan 18 446 ... movimientos, y sacando cuentas, si consideramos realizar un movimiento en 1 segundo, entonces en una hora se pueden hacer 3 600 traslados; en un día cerca a 100 mil; en diez días, un millón, etc. Por este motivo "el fin del mundo" está muy lejano aún.

Nota: Esa inmensa cantidad de movimientos, puede ser escrita de otro manera:

$$18\,446\,744\,073\,709\,551\,615 = 2^{64} - 1$$

¿Te atreves a comprobarlo?

Marco teórico

En el capítulo anterior se dio la definición de "POTENCIA" y de manera intuitiva la definición de exponente "NATURAL".

Ahora definiremos al resultado obtenido mediante un exponente "RACIONAL".

Exponente racional

Se define:

$$\boxed{a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}} \quad ; m, n \in \mathbb{N}, a \in \mathbb{R}$$

Ejemplos:

- $\sqrt{16} = \sqrt{2^4} = 2^{\frac{4}{2}} = 2^2 = 4$
- $\sqrt[4]{625} = \sqrt[4]{5^4} = 5^{\frac{4}{4}} = 5$
- $\sqrt[8]{81} = \sqrt[8]{3^4} = 3^{\frac{4}{8}} = 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$

Propiedades

1) $\sqrt[n]{a\,.\,b} = \sqrt[n]{a}\,.\,\sqrt[n]{b}$

2) $\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

Ejemplos:

- $\sqrt{2\,025} = \sqrt{81 \times 25} = \sqrt{81} \times \sqrt{25} = 9 \times 5 = 45$
- $\sqrt[3]{\dfrac{8}{27}} = \sqrt[3]{\dfrac{2^3}{3^3}} = \dfrac{\sqrt[3]{2^3}}{\sqrt[3]{3^3}} = \dfrac{2}{3}$

Problemas para la clase

Bloque I

1. Efectuar en cada caso:

a) $\sqrt{16 \times 19} =$ b) $\sqrt[3]{125 \times 64} =$

c) $\sqrt{\dfrac{49}{36}} =$ d) $\sqrt{\dfrac{81}{16}} =$

e) $\sqrt[3]{a^{15}.b^{21}} =$ f) $\sqrt[5]{\dfrac{a^{5m}}{b^{10m}}} =$

2. Calcular:

$$\sqrt{\frac{1}{9}} + \sqrt[3]{\frac{8}{27}}$$

a) $\frac{2}{3}$ b) 1 c) 3

d) 2 e) $\frac{1}{3}$

3. Calcular:

$$\sqrt[3]{\frac{125}{8}} + \sqrt[4]{\frac{81}{16}}$$

a) 2 b) 4 c) 6
d) 8 e) 10

4. Efectuar:

$$\frac{\sqrt{25} + \sqrt{49}}{\sqrt[3]{27}}$$

a) 1 b) 2 c) 5
d) 7 e) 4

5. Calcular:

$$\sqrt[10]{\frac{2^{120}}{2^{80}}}$$

a) 4 b) 16 c) 28
d) 2^{40} e) 2^{16}

6. Efectuar:

$$\frac{\sqrt[3]{8} + \sqrt{25}}{\sqrt{49}} + \frac{\sqrt[4]{81} - \sqrt[5]{32}}{\sqrt{4}}$$

a) $\frac{1}{2}$ b) 1 c) 3

d) $\frac{3}{2}$ e) $\frac{5}{2}$

7. Hallar el valor de:

$$\sqrt[5]{\frac{7^{2003}}{7^{1998}}}$$

a) $\sqrt[5]{7}$ b) 7^5 c) 1

d) 7 e) $\sqrt{7}$

8. Reducir:

$$\sqrt{5^1 + 4^2 + 3^3 + 2^4}$$

a) 6 b) 7 c) 8
d) 9 e) 10

9. Calcular:

$$\sqrt{2^1 + 3^2 + 5^2}$$

a) 2 b) 4 c) 6
d) 8 e) 10

10. Calcular:

$$\sqrt{7^2 - 6^2 - 2^2}$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

Bloque II

1. Calcular:

$$\sqrt{1 + 2^4 + 4^3}$$

a) 1 b) 3 c) 5
d) 7 e) 9

2. Efectuar:

$$\sqrt{3^4 - 1 + 4^3}$$

a) 10 b) 11 c) 12
d) 13 e) 14

3. Calcular:

$$\sqrt{\frac{2^{2002}}{2^{2001}} + \frac{2^{2001}}{2^{2000}}}$$

a) 2 b) 2 000 c) 4
d) 2 001 e) 2 002

4. Calcular:

$$\sqrt{2^5 + 3^2 - 4^0 + 5^2 - 1^2}$$

a) 4 b) 6 c) 8
d) 9 e) 10

5. Reducir:

$$\sqrt{3^2 + 4^3 + 2^3}$$

a) 4 b) 6 c) 7
d) 8 e) 9

6. Reducir: $\sqrt{1^4 + 3^3 + 6^2}$

a) 6 b) 7 c) 8
d) 9 e) 10

7. Calcular:

$$\sqrt{\frac{7^{17}}{7^{15}} - \frac{5^{15}}{5^{13}} + \frac{6^{16}}{6^{16}}}$$

a) 3 b) 4 c) 5
d) 6 e) 7

8. Calcular el valor de:

$$\sqrt{\frac{3^{33}}{3^{31}} + \frac{4^{44}}{4^{42}}}$$

a) 3 b) 4 c) 5
d) 6 e) 7

9. Sabiendo que:

$$J = \sqrt[4]{16} + \sqrt[15]{\frac{3^{27}}{3^{12}}}$$

hallar: $\sqrt{J - 1}$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

10. Si:

$$A = \sqrt{\frac{3^{797}}{3^{795}} + \frac{2^{428}}{2^{424}}}$$

$$B = \sqrt{2^5 + 3^4 + 2^2 + 3^3}$$

hallar "A + B"

a) 5 b) 17 c) 13
d) 30 e) 12

Bloque III

1. Si: $\sqrt[3]{64} = 2^x$

hallar "x + 7"

a) 2 b) 9 c) 3
d) 10 e) 5

2. Si: $3^{\frac{14}{a}} = 9$; $5^{\frac{b}{3}} = 5^2$

hallar: $\sqrt{a - b}$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

3. Calcular: $\sqrt[20]{\dfrac{5^{140}}{5^{100}}}$

a) 25　　b) 5　　c) 125
d) 1　　e) 55

4. Hallar el valor de: $\sqrt[5]{\dfrac{9^{20\,791}}{9^{20\,781}}}$

a) 3^1　　b) 3^2　　c) 3^3
d) 3^4　　e) 3^5

5. Calcular el valor de "J + S", sabiendo que:

$$J = \sqrt{\frac{3^{712}}{3^{710}} + \frac{2^{513}}{2^{509}}} \;;\; S = \frac{2^{129}}{2^{125}}$$

a) 16　　b) 21　　c) 25
d) 30　　e) 1

6. Hallar el valor de: $\sqrt{2^3 + 7^2 - 5^2 + 2^2}$

a) 2　　b) 4　　c) 6
d) 8　　e) 10

7. Hallar el valor de: $\sqrt[3]{1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^2}$

a) 1　　b) 2　　c) 3
d) 4　　e) 5

8. Si: $\sqrt[5]{32} = 2^{x-4}$; hallar: $\sqrt{x+4}$.

a) 5　　b) 4　　c) 3
d) 2　　e) 1

9. Efectuar: $\sqrt{\dfrac{9}{16}} + \sqrt[3]{\dfrac{8}{27}}$

a) $\dfrac{13}{17}$　　b) $\dfrac{12}{17}$　　c) $\dfrac{17}{12}$

d) $\dfrac{4}{7}$　　e) $\dfrac{7}{5}$

10. Hallar "x", siendo: $3^{2x} = \sqrt{3^8}$

a) 2　　b) 4　　c) 6
d) 8　　e) 10

Autoevaluación

1. Indicar V (verdadero) o F (falso) según sea el caso:

I. $\sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{3^2} + \sqrt{4^2}$

II. $\sqrt{\dfrac{a^{2m}}{b^{2m}}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$

III. $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[m]{a^n}$

a) V F F　　b) F V V　　c) F F V
d) V V V　　e) F F F

2. Calcular:

$$\sqrt[5]{\frac{7^{20791}}{7^{20781}}}$$

a) 10　　b) 7　　c) 7^5
d) 49　　e) 343

3. Hallar el valor de:

$$\sqrt{13^2 - 12^2}$$

a) 5　　b) 25　　c) 3
d) 13　　e) 1

4. Calcular el valor de: $\sqrt{n+5}$, si se sabe que: $\sqrt[n]{16} = 2$

a) 1　　b) 2　　c) 3
d) 4　　e) 5

5. Hallar:

$$\sqrt{1^{257} + 2^3 + 4^3 - 3^2}$$

a) 2　　b) 4　　c) 8
d) 5　　e) 9

Potenciación III

"El avance y perfeccionamiento de las matemáticas están estrechamente relacionados con la prosperidad de la nación".

Napoleón Bonaparte
Emperador francés

Problemas para la clase

Bloque I

1. Calcular:

$$\sqrt{2^0 + 4^3 - 2^4}$$

a) 2 b) 3 c) 4
d) 6 e) 7

2. Calcular:

$$\sqrt{9^2 + 3^3 - 2^3}$$

a) 10 b) 8 c) 6
d) 4 e) 2

3. Calcular:

$$\sqrt{2^3 + 4^2 + 5^2}$$

a) 9 b) 7 c) 5
d) 3 e) 10

4. Determinar el exponente final de "x":

$$\frac{x^2 . x^4 . x^6 . x^8 . x^{10}}{x^{10} . x^{20}} \; ; x \neq 0$$

a) 1 b) -1 c) 0
d) 5 e) 2

5. Cuál será el exponente de "x" al reducir:

$$[\underbrace{x . x . x . x . \ldots . x}_{38 \text{ factores}}] \div [x^4 . x^4 . x^4 . x^4] \; ; x \neq 0$$

a) 60 b) 16 c) 32
d) 22 e) 42

6. Reducir:

$$\left[\frac{a^{3x}}{a^x}\right] \div \left[\frac{a^{9x}}{a^{8x}}\right] ; a \neq 0$$

a) a^{2x} b) a^x c) a^{-x}
d) a^{-2x} e) 1

7. Simplificar:

$$\frac{2^{277}}{2^{275}} + \frac{3^{25}}{3^{22}} - \frac{6^{115}}{6^{113}}$$

a) 16 b) 8 c) -8
d) -6 e) -5

8. Calcular:

$$\left[\frac{3^{55}}{3^{34}}\right] \div \left[\frac{3^{87}}{3^{68}}\right]$$

a) 2 b) 27 c) 9
d) 81 e) 1

9. Si se cumple que:

$$\frac{x^5 . x^{11} . x^{40}}{x^{12} . x^{36}} = x^{n+3} ; x \neq 0$$

entonces "n - 10" será igual a:

a) 5 b) 8 c) -8
d) -5 e) 12

10. Si el exponente de "x", al reducir:

$$\frac{x\ .\ x\ .\ x}{{}^{51}x^{63}\ .\ {}^{78}x^{105^{49}}} \quad \text{es "2n"} ; x \neq 0$$

entonces el valor de "n" es:

a) 2 b) 5 c) 10
d) 6 e) 12

Bloque II

1. La edad de Claudia es el cuadrado de 7 disminuido en el cubo de tres; señalar su edad.

a) 21 años b) 22 c) 23
d) 24 e) 25

2. La edad de Carlos es el cuadrado de siete disminuido en la cuarta potencia de 2. Indicar la edad de Carlos dentro de dos años.

a) 32 años b) 33 c) 34
d) 35 e) 36

3. ¿Cuál es la edad de una tortuga sabiendo que es igual al cuadrado de cinco, aumentando en la quinta potencia de 2?

a) 52 años b) 55 c) 57
d) 62 e) 67

4. La edad de Pepucho es igual a la sexta potencia de 2, disminuida en el cuadrado de seis. ¿Qué edad tendrá dentro de dos años?

a) 15 años b) 20 c) 25
d) 30 e) 35

5. Calcular el valor de:

$$\sqrt{\frac{1}{4}} + \sqrt{\frac{1}{36}}$$

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{2}{3}$
d) $\frac{5}{6}$ e) $\frac{1}{3}$

6. Calcular:

$$\sqrt{16} . \sqrt{64} + \sqrt{49} . \sqrt{9}$$

a) 23 b) 53 c) 41
d) 37 e) 62

7. Calcular:

$$\sqrt{\sqrt{25} + \sqrt[3]{64}}$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

8. Calcular:

$$\sqrt{\sqrt{4} + \sqrt{9} + \sqrt{16}}$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

9. Calcular:

$$\sqrt{\sqrt{49} + \sqrt{81}} + \sqrt[3]{125}$$

a) 1 b) 3 c) 5
d) 7 e) 9

10. Calcular:

$$\sqrt{\sqrt{49} + \sqrt[3]{8}} + \sqrt{\sqrt{16} + \sqrt[3]{125}}$$

a) 2 b) 4 c) 5
d) 6 e) 8

Bloque III

1. Hallar "a + b", si se sabe que:

$$x . x^2 . x^3 . x^4 . x^5 = x^a$$
$$x^2 . x^4 . x^6 \ldots x^b = x^{42}$$

a) 27 b) 42 c) 15
d) 47 e) 32

2. Sabiendo que:

$$x . x^2 . x^3 \ldots x^m = x^{28}$$

entonces el valor de "m" es:

a) 1 b) 7 c) 6
d) 4 e) 5

3. Efectuar: $\sqrt[3]{27} + \sqrt[6]{64} + \sqrt[3]{125}$

a) 2 b) 4 c) 6
d) 8 e) 10

4. Si: $x^2 . x^4 . x^6 . x^8 = x^{n+7}$; hallar: $\sqrt[4]{n+3}$

a) 2 b) 4 c) 6
d) 8 e) 10

5. Si: $2^{x+5} = 64$; hallar "x".

a) 5 b) 4 c) 3
d) 2 e) 1

6. Si: $4^m = 16$; $2^{3n+2} = 32$; hallar "m + n".

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

7. Hallar "2a", sabiendo que: $2 . 4 . 8 = 2^{a-2}$.

a) 8 b) 16 c) 32
d) 64 e) 7

8. María Elizabeth tiene tantos años como el cuadrado de 7, aumentado en el cubo de 2, disminuido en el cuadrado de 5. ¿Cuántos años tiene?

a) 50 b) 27 c) 25
d) 32 e) 47

9. Daysi es una alumna cuya nota en Álgebra es equivalente al cuadrado de 6 disminuido en el cuadrado de 4. ¿Cuánto de nota tiene?

a) 15 b) 10 c) 18
d) 14 e) 20

10. Mi gato tiene muchas pulgas. Las conté y obtuve un número equivalente al cuadrado de 5 aumentado en el cubo de 4 disminuido en el cuadrado de 3. ¿Cuántas pulgas tiene mi gato?

a) 40 b) 80 c) 48
d) 64 e) 50

Autoevaluación

1. Calcular:

$$\sqrt{3^4} + \sqrt[3]{4^6} + \sqrt[4]{5^8}$$

a) 36 b) 40 c) 45
d) 50 e) 64

2. Graciela tiene tantos caramelos como suman la raíz cuadrada de 16, más la raíz cúbica de 64. Señalar cuántos caramelos tiene Graciela.

a) 6 b) 8 d) 10
d) 12 e) 16

3. Calcular:

$$\sqrt{81} + \sqrt[3]{8}$$

a) 9 b) 10 c) 11
d) 12 e) 13

4. Reducir:

$$\sqrt{\frac{2^{715}}{2^{713}} + \frac{5^{315}}{5^{314}}}$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

5. Sabiendo que:

$$x . x^2 . x^3 ... x^n = x^{21}$$

hallar "n"

a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 6

Mategalería de sabios

Arquímedes: ¡¡Eureka!! ... ¡¡Eureka!!

Eso es lo que dicen que gritó un día el sabio Arquímedes mientras daba saltos desnudo en la bañera. No era para menos. Acababa de tener una idea genial, que le ayudaría (a él y a todos nosotros después) a medir el volumen de los cuerpos por irregulares que fueran sus formas.

Medir volúmenes de cuerpos regulares (un cubo, por ejemplo) era algo que ya se sabía hacer en la época de Arquímedes, tres siglos antes de Cristo. Pero con volúmenes de formas irregulares (una corona, una joya, el cuerpo humano) nadie lo había conseguido.

Hasta que Arquímedes se dio cuenta de que cuando entraba en una bañera llena de agua hasta el mismo tope, se derramaba una cantidad de agua. Y tuvo la idea: si podía medir el volumen del agua derramada habría hallado el volumen de su propio cuerpo.

Arquímedes nació en Siracusa, una colonia griega en Italia, aproximadamente a inicios del siglo III a.C. y murió el año 212 a.C. al ser tomada su ciudad por tropas romanas.

Arquímedes realizó grandes contribuciones a la matemática teórica. Además, es famoso por aplicar la ciencia a la vida diaria.

UN POCO DE ÁLGEBRA

¿Sabías que el Álgebra que se estudia en secundaria es muy antigua?

Aquí encontrarás algunos pasajes de su historia.

Desde el siglo XVII a.C. los matemáticos de Mesopotamia y de Babilonia ya sabían resolver ecuaciones de primer y segundo grado. Además resolvían también, algunos sistemas de ecuaciones con dos ecuaciones y dos incógnitas.

En el siglo XVI a.C. los egipcios desarrollaron un álgebra muy elemental que usaron para resolver problemas cotidianos que tenían que ver con la repartición de víveres, de cosechas y de materiales. Ya para entonces tenían un método para resolver ecuaciones de primer grado que se llamaba el "método de la falsa posición". No tenían notación simbólica pero utilizaron el jeroglífico hau (que quiere decir montón o pila) para designar la incógnita.

Alrededor del siglo I d.C. los matemáticos chinos escribieron el libro Jiu zhang suan shu (que significa El arte del cálculo), en el que plantearon diversos métodos para resolver ecuaciones de primer y segundo grado, así como sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas. Con su ábaco (suan zí) tenían la posibilidad de representar números positivos y negativos.

En el siglo II, el matemático griego Nicómaco de Gerasa publicó su Introducción a la Aritmética y en ella expuso varias reglas para el buen uso de los números.

En el siglo III el matemático griego Diofanto de Alejandría publicó su Aritmética en la cual, por primera vez en la historia de las matemáticas griegas, se trataron de una forma rigurosa no sólo las ecuaciones de primer grado, sino también las de segundo. Introdujo un simbolismo algebraico muy elemental al designar la incógnita con un signo que es la primera sílaba de la palabra griega arithmos, que significa número. Los problemas de álgebra que propuso prepararon el terreno de lo que siglos más tarde sería "la teoría de ecuaciones". A pesar de lo rudimentario de su notación simbólica y de lo poco elegantes que eran los métodos que usaba, se le puede considerar como uno de los precursores del álgebra moderna.

En el siglo VII los hindúes habían desarrollado ya las reglas algebraicas fundamentales para manejar números positivos y negativos.

Siglo IX. Época en la que trabajó el matemático y astrónomo musulmán Al-Jwarizmi, cuyas obras fueron fundamentales para el conocimiento y el desarrollo del álgebra. Al-Jwarizmi investigó y escribió acerca de los números, de los métodos de cálculo y de los procedimientos algebraicos para resolver ecuaciones y sistemas de ecuaciones. Su nombre latinizado dio origen a la palabra algoritmo que, usaba primero para referirse a los métodos de cálculos numéricos en oposición a los métodos de cálculo con ábaco, adquirió finalmente su sentido actual de

Guillermo Leguía. En 1947 obtuvo el Premio Nacional por las investigaciones científicas que realizó en el mundo de las ciencias matemáticas y por sus ecuaciones y soluciones exactas del movimiento y de las tensiones de los fluidos viscosos. Su amplia labor de investigación fue resaltada y publicada fundamentalmente en la Revista de Ciencias, órgano de la Facultad de Ciencias de San Marcos, la cual fundó Federico Villarreal. Si bien García dejó como herencia numerosos libros, "Lecciones de Mecánica Racional" es considerada como su obra principal. Su trabajo científico traspasó las fronteras del país. Varias academias y sociedades científicas de Sudamérica y del mundo lo incorporaron en su seno y publicaron sus trabajos, entre ellas la Real Academia de Ciencias de Madrid y The American Philosophical Society de Filadelphia.

Vida y trayectoria

En San Marcos experimentó los años más fecundos de su actividad científica y académica; primero como Jefe de Práctica, luego Catedrático Adjunto, Catedrático Principal, Decano, Vicerrector y Rector Honorario de la Decana de América. Al final de su rectorado en San Marcos, el Gobierno lo designó Embajador Científico ante los gobiernos de Estados Unidos y varios países de Europa, y en esa condición realizó una extensa pero prolífica gira dictando conferencias sobre diversos tópicos o materias de incuestionable trascendencia científica. La labor académica y científica de Godofredo García ha sido reconocida reiteradamente. Las facultades de Ciencias y Química de San Marcos y las universidades de Arequipa y de La Libertad le otorgaron títulos honoríficos. En la década del 30 fundó la Academia Nacional de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, que presidió hasta 1960, fecha en que se convirtió en su Presidente Honorario. El gobierno peruano siempre mantuvo interés por la vida de este sanmarquino ilustre y lo condecoró así como también lo hicieron Francia y Polonia.