



### El testamento del jeque

Al morir el jeque, ordenó que se distribuyeran sus camellos entre sus hijos de la siguiente forma: la mitad para el primogénito, una cuarta parte para el segundo y un sexto para el más pequeño. Pero resulta que el jeque solo tenía once camellos, con lo que el reparto se hizo realmente difícil, pues no era cosa de cortar ningún animal. Los tres hermanos estaban discutiendo, cuando ven llegar a un viejo beduino, famoso por su sabiduría, montado en su camello. Le pidieron consejo y este dijo: - Si vuestro padre hubiese dejado doce camellos en vez de once no habría problemas. - Cierto, pero solo tenemos once - respondieron los hermanos, a lo que el beduino contestó: tomad mi camello, haced el reparto y no os preocupéis que nada perderé yo en la operación.

¿En qué se basa el beduino para afirmar tal cosa?

### Objetivos

Al finalizar el presente capítulo el alumno estará en la capacidad de:

- Comparar dos cantidades por sustracción o división e interpretar el resultado.
- Construir relaciones entre las cantidades proporcionadas.
- Reconocer los tipos de proporciones que existen.
- Aplicar las propiedades adecuadamente en la resolución de problemas.
- Aplicar los conceptos para la resolución de situaciones de la vida real.

### Introducción

En la vida cotidiana encontramos varias magnitudes a nuestro alrededor, por ejemplo: La velocidad del bus donde nos desplazamos, el tiempo que demora nuestro recreo, la temperatura del medio ambiente, el precio de una entrada al cine, etc.

Todas las magnitudes que podamos identificar son susceptibles de ser medidas y asociarse a un número y una unidad a la que llamamos cantidad.

Veamos algunos ejemplos:

MAGNITUD	UNIDAD	CANTIDAD
Longitud	Metro	20 m
Masa	Kilogramo	8 Kg
Dinero	soles	40 soles
Velocidad	Km/h	120 Km/h

### Razón

Es la comparación de dos cantidades homogéneas, esta comparación puede hacerse empleando la sustracción o la división.

#### Clases de razón

##### a. Razón aritmética (R.A.)

Es la comparación de dos cantidades mediante la sustracción. Dicha comparación nos determina en cuánto excede una cantidad a la otra.

Ejemplo:

A un evento deportivo asistieron 42 000 personas a occidente y 24 000 a oriente.

¿Cuál es su razón aritmética?

Solución:

Escribiendo los datos mediante una sustracción

$$42000 - 24000 = \underbrace{18000}_{\substack{\text{Valor de} \\ \text{la razón aritmética}}}$$

#### Interpretación del resultado:

- El número de personas en occidente excede en 18 000 al número de personas en oriente.
- Hay 18 000 personas más en occidente que en oriente.

En general una razón aritmética se puede escribir:

$$a - b = R_A$$

Donde:

- a : Antecedente
- b : Consecuente
- $R_A$  : Valor de la razón aritmética

## b. Razón geométrica (R.G.)

Es la comparación de dos cantidades mediante la división. Dicha comparación nos determina cuántas veces una cantidad contiene a la otra.

Ejemplo:

En una mesa de votación se contabilizó 200 hombres y 50 mujeres. ¿Cuál es su razón geométrica?

Solución:

Efectuando la división en el orden que aparecen los datos tenemos.

$$\frac{200}{50} = \underbrace{4}_{\text{Valor de la R.G.}}$$

Interpretación:

- El número de hombres es 4 veces el número de mujeres.
- El número de mujeres es la cuarta parte del número de hombres.

En general una razón geométrica se puede escribir:

$$\frac{a}{b} = R_G$$

Donde:

- a : Antecedente
- b : Consecuente
- $R_G$  : Valor de la R.G.

## Proporción

Es la reunión de dos razones aritméticas o dos razones geométricas que tienen el mismo valor.

### Clases de proporción

#### a. Proporción Aritmética (Equi - diferencia)

Cuando se reúnen dos razones aritméticas de igual valor.

Por ejemplo:

$$\left. \begin{array}{l} 32 - 7 = 25 \\ 70 - 45 = 25 \end{array} \right\} 32 - 7 = 70 - 45$$

En general:

$$a - b = c - d$$

Donde:

- "a" y "d" son los términos extremos.
- "b" y "c" son los términos medios.

### Propiedad:

En toda proporción aritmética se cumple que la suma de los términos extremos es igual a la suma de los términos medios.

Es decir:

$$\text{Si: } a - b = c - d \rightarrow a + d = b + c$$

### Clases de proporción aritmética

- Proporción aritmética discreta.- Es aquella proporción aritmética en la cual los términos medios son diferentes.

$$a - b = c - d \quad b \neq c$$

Donde "d" es la cuarta diferencial de "a", "b" y "c".

- Proporción aritmética continua.- Es aquella proporción aritmética en la cual los términos medios son iguales.

$$a - b = b - c$$

Donde "b" es la media diferencial de "a" y "c". Se cumple:

$$b = \frac{a + c}{2}$$

"c" es la tercera diferencial de "a" y "b".

#### b. Proporción Geométrica (Equi - cociente)

Cuando se reúnen dos razones geométricas de igual valor.

Por ejemplo:

$$\frac{3}{15} = \frac{1}{5} \quad \frac{3}{15} = \frac{4}{20}$$

En general:

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$$

Donde:

- "A" y "D" son los términos extremos.
- "B" y "C" son los términos medios.

### Propiedad:

En toda proporción geométrica se cumple que el producto de los términos extremos es igual al producto de los términos medios.

Es decir:

$$\text{Si: } \frac{A}{B} = \frac{C}{D} \rightarrow A \cdot D = B \cdot C.$$

Clases de proporción geométrica:

- Proporción geométrica discreta: Es aquella en la cual los términos medios son diferentes.

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D} \quad B \neq C$$

Donde:

"D" es la cuarta proporcional de "A"; "B" y "C".

- Proporción geométrica continua: Es aquella en la cual los términos medios son iguales.

$$\frac{A}{B} = \frac{B}{C}$$

Se cumple:  $B = \sqrt{A \cdot C}$

Donde:

"B" es la media proporcional de "A" y "C".  
"C" es la tercera proporcional de "A" y "B".

### Propiedades de la proporción geométrica

Si:  $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ ; entonces se cumple:

1.  $\frac{A+B}{B} = \frac{C+D}{D}$

3.  $\frac{A+B}{A} = \frac{C+D}{C}$

5.  $\frac{A}{A+B} = \frac{C}{C+D}$

7.  $\frac{A+C}{B+D} = \frac{A}{B} = \frac{C}{D}$

2.  $\frac{A-B}{B} = \frac{C-D}{D}$

4.  $\frac{A-B}{A} = \frac{C-D}{C}$

6.  $\frac{A+B}{A-B} = \frac{C+D}{C-D}$

Observación: En las propiedades de la 1 a la 6 los términos de la primera razón (A y B) sólo se pueden sumar y restar e intercambiar el orden, las mismas operaciones se deben realizar con los términos de la segunda razón y la igualdad se mantendrá.

## Problemas para la clase

### Nivel I

1. La suma de las edades de dos hermanos es 42 años. Si su razón geométrica es  $\frac{5}{2}$ , hallar la edad del hermano menor dentro de 4 años.  
a) 15                      b) 12                      c) 10  
d) 8                        e) 16
2. Dos números son entre sí como 7 es a 3. Si su razón aritmética es 120, hallar el número mayor.  
a) 100                    b) 120                    c) 150  
d) 180                    e) 210
3. Dos números son entre sí como 4 es a 7 si su suma es 88, hallar su diferencia.  
a) 24                      b) 32                      c) 16  
d) 18                      e) 36
4. La razón geométrica de dos números es  $\frac{3}{5}$ , si se aumenta 46 unidades a uno de ellos y 78 al otro se obtendrían cantidades iguales. Dar la suma de cifras del número menor.  
a) 10                      b) 8                        c) 12  
d) 7                        e) 16
5. Hallar la cuarta proporcional de 9; 12 y 15.  
a) 16                      b) 20                      c) 24  
d) 27                      e) 30
6. Hallar la media proporcional de 8 y 18.  
a) 10                      b) 15                      c) 18  
d) 12                      e) 20
7. En una proporción aritmética continua la media diferencial es 18 y uno de los extremos es 10, hallar el otro extremo.  
a) 18                      b) 21                      c) 26  
d) 32                      e) 36
8. La suma de los extremos de una proporción geométrica es 36 y su diferencia es 4. Hallar el producto de los términos medios.  
a) 160                    b) 180                    c) 240  
d) 320                    e) 144
9. En una proporción geométrica continua los extremos son entre sí como 9 es a 4 y su razón aritmética es 15. Hallar la media proporcional.

- a) 15                      b) 18                      c) 21  
d) 24                      e) 32

10. Si:  $\frac{a}{b} = \frac{7}{5}$ ; haciendo uso de las propiedades, hallar:

$$\frac{a^2 + b^2}{2b^2}.$$

- a)  $\frac{37}{50}$                       b)  $\frac{37}{25}$                       c)  $\frac{74}{25}$   
d)  $\frac{37}{100}$                       e)  $\frac{17}{15}$

### Nivel II

1. Las edades de Juan y Arturo son 12 y 18 años respectivamente. Dentro de cuántos años la razón de sus edades será 9/11.

- a) 10                      b) 12                      c) 15  
d) 18                      e) 20

2. En una caja hay 150 cuadernos, 90 de pasta roja y el resto de pasta azul. ¿Cuántos cuadernos rojos se deben retirar para poder afirmar que por cada 5 cuadernos rojos se encuentra 4 azules?

- a) 15                      b) 20                      c) 25  
d) 30                      e) 35

3. En una fábrica trabajan 240 personas y se observa que por cada 4 hombres hay 1 mujer. ¿Cuántas mujeres deben contratarse de tal forma que se tenga 3 hombres por cada 2 mujeres?

- a) 50                      b) 60                      c) 70  
d) 75                      e) 80

4. En una proporción geométrica continua el mayor de los términos es 25 y el término intermedio es 20. Hallar la suma de los 4 términos.

- a) 75                      b) 92                      c) 81  
d) 105                      e) 115

5. El producto de los 4 términos de una proporción geométrica continua es 50625. Si la suma de los antecedentes es 24, ¿cuál es la suma de los consecuentes?

- a) 36                      b) 40                      c) 32  
d) 48                      e) 50

6. Sabiendo que :

- "a" es la tercera diferencial de 28 y 20.
  - "b" es la cuarta proporcional de 16; "a" y 36.
- Hallar la media proporcional de "a" y "b".

- a) 36                      b) 24                      c) 27  
d) 18                      e) 54

7. En una proporción geométrica discreta la suma de los extremos es 48 y su diferencia es 12. Si los antecedentes están en la razón de 5 a 2, hallar el valor de la razón geométrica de la proporción, si todos los términos son números enteros.

- a)  $\frac{1}{3}$                       b)  $\frac{2}{3}$                       c)  $\frac{1}{5}$   
d)  $\frac{2}{5}$                       e)  $\frac{3}{5}$

8. La razón geométrica de las velocidades de "A" y "B" es 4/3. Si en 10 minutos "A" recorre 200 m, ¿cuánto recorrerá "B" en media hora?

- a) 300 m                      b) 450                      c) 600  
d) 150                      e) 360

9. Si :  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{25}{9}$

$$\text{y } \sqrt{b} + \sqrt{d} = 15$$

$$\sqrt{b} - \sqrt{d} = 3$$

Hallar "a + c"

- a) 425                      b) 550                      c) 325  
d) 275                      e) 250

10. Patty nació 8 años antes que Luis y hace 6 años sus edades estaban en la misma relación que los números 9 y 5. Si dentro de "n" años la razón de sus edades será 5/4, hallar "n"

- a) 12                      b) 15                      c) 16  
d) 18                      e) 20

### Nivel III

1. A un evento deportivo asistieron 4 hombres por cada 5 mujeres y 3 mujeres por cada 7 niños. Si en total asistieron 1 860. Hallar la razón aritmética entre el número de hombres y el número de niños.

- a) 540                      b) 360                      c) 480  
d) 690                      e) 510

2. Sabiendo que "b" es la media proporcional de "a" y "c"

$$\text{y que "a", "b" y "c" suman 234. Además: } \frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} = \frac{4}{25}.$$

Hallar "a + b"

- a) 72                      b) 84                      c) 88  
d) 96                      e) 108



