

Operaciones con números enteros (Adición - Sustracción - Multiplicación - División - Potenciación - Radicación)



Menos por menos es más

Hasta fines del siglo XVIII, los números negativos no fueron aceptados universalmente. Sin embargo los matemáticos de la India, en el siglo VII, usaban los números negativos para indicar deudas y los representaban con un circulito sobre el número; admitían soluciones negativas en las ecuaciones pero no las tomaban en consideración porque decían que "la gente no aprueba las raíces negativas".

Gerolamo Cardano, en el siglo XVI, llamaba a los números negativos "falsos", pero en su **Ars Magna** (1545) los estudió exhaustivamente.

John Wallis (1616-1703), en su **Arithmetica Infinitorum** (1655), "demuestra" la imposibilidad de su existencia diciendo que "esos entes tendrían que ser a la vez mayores que el infinito y menores que cero".

Leonardo Euler es el primero en darles estatuto legal; en su **Anleitung Zur Algebra** (1770) trata de "demostrar" que: $(-1)(-1)=+1$; argumenta que el producto tiene que ser: $+1$ ó -1 y que, sabiendo que se cumple $1(-1) = -1$, tendrá que ser: $(-1)(-1) = +1$

Hoy, una de las preguntas más repetidas en las clases de Matemáticas es ¿por qué menos por menos es más?

Es difícil encontrar una respuesta sencilla y convincente, ya que la regla es puramente arbitraria y se

adopta sólo para que no aparezcan contradicciones, pero existen varias justificaciones claras y aceptables:

Equivalente lingüístico: la doble negativa equivale a una afirmación:

No es cierto que Pepito no tenga el libro=Pepito tiene el libro.

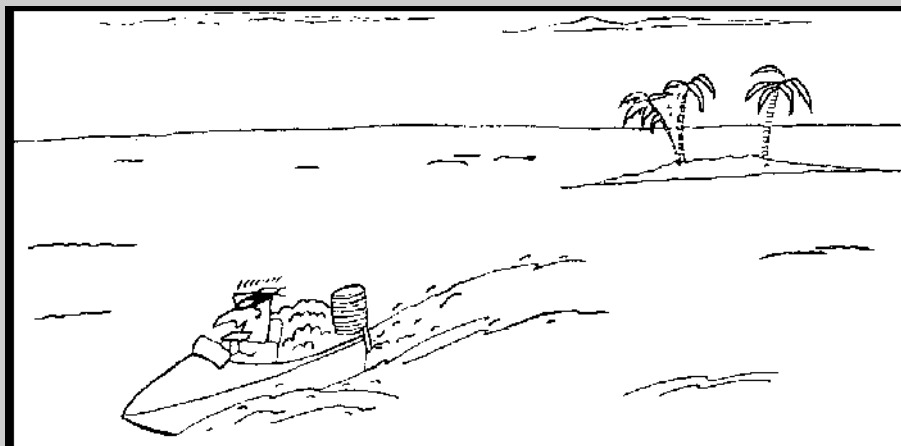
Un ejemplo fácil de visualizar es el de la isla Barataria, donde hay ciudadanos "buenos" a los que se asigna el signo "+", y ciudadanos "malos" a los que se da el signo "-". También se acuerda que: "salir" de la isla equivale al signo "-", y "entrar" a la isla equivale al signo "+".

Si un ciudadano bueno (+) entra (+) a Barataria, el resultado para la isla es positivo:
 $(+)(+) = (+)$.

Si un ciudadano malo (-) sale (-) de Barataria, el resultado para la isla es positivo: $(-)(-) = (+)$.

Si un ciudadano bueno (+) sale (-) de Barataria, el resultado para la isla es negativo: $(+)(-) = (-)$.

Si un ciudadano malo (-) entra (+) a Barataria, el resultado para la isla es negativo: $(-)(+) = (-)$



Adición en números enteros (\mathbb{Z})

Interpretación de la Adición en números enteros

Como en los negocios se dan situaciones de ganancias y pérdidas; podremos interpretar la adición de números enteros; asignando números positivos a las ganancias y números negativos a las pérdidas.

Veamos:

- * En un negocio gano S/. 9 y en otro gano S/. 12, ¿cuánto gano en ambos negocios? S/. 21.
Entonces: $(+9) + (+12) = +21$
- * En un negocio pierdo S/. 9 y en otro pierdo S/. 12, ¿cuánto pierdo en ambos negocios? S/. 21
Entonces: $(-9) + (-12) = -21$
- * En un negocio gano S/. 9 y en otro pierdo S/. 12, ¿gano o pierdo al final?
¿Cuánto?
Como lo que pierdo es más de lo que gano; salgo perdiendo S/. 3
Entonces: $(+9) + (-12) = -3$
- * En un negocio pierdo S/. 9 y en otro gano S/. 12, ¿gano o pierdo al final?
¿Cuánto?
Como lo que gano es más que lo que pierdo; salgo ganando S/. 3
Entonces: $(-9) + (+12) = +3$

Resumiendo estas operaciones:

$$\begin{aligned} (+9) + (+12) &= +21 \\ (-9) + (-12) &= -21 \\ (+9) + (-12) &= -3 \\ (-9) + (+12) &= +3 \end{aligned}$$

Regla de signos de la Adición en números enteros

1. Si se trata de números enteros del mismo signo, sumamos los valores absolutos y el signo del resultado es el mismo.

Ejemplos:

$$\begin{aligned} (-12) + (-7) &= (-19) \\ (+13) + (+5) &= (+18) \end{aligned}$$

2. Si se trata de números enteros de diferente signo restamos los valores absolutos y al resultado le colocamos el signo del número mayor.

Ejemplos:

$$\begin{aligned} (-10) + (+3) &= -7 \\ (+15) + (-9) &= +6 \end{aligned}$$

Propiedades de la Adición en números enteros

1. Propiedad de clausura

"La suma de dos números enteros es otro número entero".

$$\text{Si: } a \in \mathbb{Z} \text{ y } b \in \mathbb{Z} \Rightarrow (a + b) \in \mathbb{Z}$$

Ejemplo:

$$-7 \in \mathbb{Z} \text{ y } +9 \in \mathbb{Z} \Rightarrow (-7) + (+9) = +2 \in \mathbb{Z}$$

2. Propiedad conmutativa

"El orden de los sumandos no altera la suma".

$$a + b = b + a$$

Ejemplo:

$$(+4) + (-10) = (-10) + (+4)$$

3. Propiedad asociativa

"La forma como se agrupan los sumandos no altera la suma".

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

Ejemplo:

$$\begin{aligned} (-4) + (+6) + (+7) &= (+9) \\ ((-4) + (+6)) + (+7) &= (-4) + ((+6) + (+7)) \\ (+2) + (+7) &= (-4) + (+13) \\ (+9) &= (+9) \end{aligned}$$

4. Elemento neutro

Es el cero.

"Si sumamos cualquier número entero "a" con el elemento neutro, el resultado también es "a".

$$a + 0 = a$$

Ejemplo:

$$(-4) + 0 = -4$$

5. Elemento opuesto o simétrico

"Un número entero es el opuesto de otro si sumados dan como resultado cero".

$$a + (-a) = 0$$

Ejemplo:

$$\begin{aligned} (+10) \text{ y } (-10) &\text{ son números opuestos} \\ \text{porque } (+10) + (-10) &= 0 \end{aligned}$$

6. Propiedad de monotonía

"Dada una igualdad podemos sumar a ambos miembros un mismo número entero; resultando entonces otra igualdad".

$$\begin{aligned} \text{Si: } a &= b \\ \Rightarrow a + c &= b + c \end{aligned}$$

Ejemplo:

$$\begin{aligned}
 & (+4) + (+6) = (+10) \\
 & (+4) + (+6) + (-4) = (+10) + (-4) \\
 & \quad \quad \quad (+6) = (+6)
 \end{aligned}$$

7. Propiedad cancelativa

"Dada una igualdad, si hay un mismo sumando entero en ambos miembros podemos cancelarlo obteniendo entonces otra igualdad".

Si: $a + \cancel{c} = b + \cancel{c}$
$\Rightarrow a = b$

Ejemplo:

$$\begin{aligned}
 (-3) + (+5) + (\cancel{+6}) &= (\cancel{+6}) + (+4) + (-2) \\
 (+2) &= (+2)
 \end{aligned}$$

Sustracción en números enteros (Z)

Dados dos números enteros hallamos su diferencia transformando la sustracción en una adición del minuendo con el opuesto del sustraendo.

$$a - b = a + (-b)$$

Ejemplo:

Efectuar: $(-5) - (-2)$

↓	↓
Minuendo	Sustraendo

- * El opuesto del sustraendo es: +2
- * La sustracción convertida en adición: $(-5) + (+2) = -3$

Problemas resueltos

1. Efectuar:

$$\begin{aligned}
 & (+7) + (-2) - (+4) + (+10) - (-3) \\
 & \quad \quad \quad (+5) + (-4) + (+10) + (+3) \\
 & \quad \quad \quad (+1) + (+13) \\
 & \quad \quad \quad (+14)
 \end{aligned}$$

2. Efectuar:

$$\begin{aligned}
 & (-10) + (-1) - (+6) - (-8) + (-5) \\
 & \quad \quad \quad (-11) + (-6) + (+8) + (-5) \\
 & \quad \quad \quad (-17) + (+3) \\
 & \quad \quad \quad (-14)
 \end{aligned}$$

Multiplicación en números enteros (Z)

Por lo estudiado hasta aquí la multiplicación abrevia la suma. Veamos:

$$\underbrace{(-4) + (-4) + (-4) + (-4) + (-4)}_{\text{"5 veces"}} = 5 \times (-4)$$

Regla de signos para la Multiplicación en números enteros

- * Si dos números enteros tienen el mismo signo su producto tendrá signo positivo.
- * Si dos números enteros tienen diferente signo su producto tendrá signo negativo.

$(+) \times (+) = (+)$
$(-) \times (-) = (+)$
$(+) \times (-) = (-)$
$(-) \times (+) = (-)$

Ejemplo:

$$\begin{aligned}
 (+4) \times (+6) &= +24 \\
 (-6) \times (-9) &= +54 \\
 (+9) \times (-7) &= -63 \\
 (-8) \times (+9) &= -72
 \end{aligned}$$

De esta regla de signos para la multiplicación se desprende lo siguiente al multiplicar dos o más factores.

- * Si todos los factores tienen signo positivo; el producto también es positivo.

Ejemplo:

$$\begin{aligned}
 \text{a. } (+3) \cdot (+4) \cdot (+5) &= +60 \\
 \text{b. } (+4) \cdot (+2) \cdot (+9) &= +72
 \end{aligned}$$

- * Si algunos factores son de signo negativo tendremos en cuenta la cantidad de estos factores.

I. Si dicha cantidad de factores es par, el producto total es de signo positivo.

Ejemplos:

$$\begin{aligned}
 \text{a. } (-4) \cdot (-2) \cdot (+5) &= +40 \\
 \text{b. } (-5) \cdot (+4) \cdot (-9) &= +180
 \end{aligned}$$

II. Si dicha cantidad de factores es impar el producto total es de signo negativo.

Ejemplos:

$$\begin{aligned}
 \text{a. } (-3) \cdot (-2) \cdot (-4) &= -24 \\
 \text{b. } (-2) \cdot (-1) \cdot (-3) \cdot (-4) \cdot (-5) &= -120
 \end{aligned}$$

Propiedades de la Multiplicación en números enteros

1. Propiedad de clausura

"El resultado de multiplicar dos números enteros es otro número entero".

$$\text{Si: } a \in \mathbb{Z} \text{ y } b \in \mathbb{Z} \Rightarrow a \cdot b \in \mathbb{Z}$$

Ejemplo:

$$(-4) \in \mathbb{Z} \text{ y } (+7) \in \mathbb{Z} \Rightarrow (-4) \cdot (+7) = -28 \in \mathbb{Z}$$

2. Propiedad conmutativa

"El orden de los factores no altera el producto".

$$a \cdot b = b \cdot a$$

Ejemplo:

$$(-9) \cdot (+12) = (+12) \cdot (-9) \\ -108 = -108$$

3. Propiedad asociativa

"La forma como se agrupan los factores no altera el producto".

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

Ejemplo:

$$(+5) \cdot (+2) \cdot (-3) = -30 \\ [(+5)(+2)] \cdot (-3) = (+5) \cdot [(+2)(-3)] \\ (+10) \cdot (-3) = (+5) \cdot (-6) \\ -30 = -30$$

4. Elemento neutro: Es el "+1"

"Cualquier número entero multiplicado por el elemento neutro da como producto el mismo número entero".

$$(+a) \cdot (+1) = +a$$

Ejemplo:

$$(+5) \cdot (+1) = +5$$

5. Elemento absorbente: Es el cero (0).

"En cualquier multiplicación de dos o más factores, si al menos uno de ellos es cero; entonces el producto es cero".

$$a \cdot 0 = 0$$

Ejemplo:

$$(-7) \cdot (+5) \cdot (0) \cdot (+4) = 0$$

6. Propiedad de monotonía

"Si multiplicamos ambos miembros de una igualdad por un mismo número entero; obtenemos otra igualdad".

$$\text{Si: } a = b \\ \Rightarrow a \cdot c = b \cdot c$$

Ejemplo:

$$(-2) \cdot (-7) = +14$$

Multipicamos ambos miembros por (+5)

$$(-2) \cdot (-7) \cdot (+5) = (+14) \cdot (+5) \\ +70 = +70$$

7. Propiedad cancelativa

"Si en ambos miembros de una igualdad aparece un mismo número entero como factor, diferente de cero este puede cancelarse o suprimirse".

$$\text{Si: } a \cdot b = b \cdot c \\ \Rightarrow a = c$$

Ejemplo:

$$(+4) \cdot (\cancel{-3})(\cancel{x+6}) = (\cancel{-3}) \cdot (x+8) \cdot (\cancel{x+3}) \\ +24 = +24$$

8. Propiedad distributiva

"Si a una adición se le multiplica por un entero; el resultado es igual a la suma de los productos de dicho entero por cada uno de los sumandos".

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

Ejemplo:

$$(+4) \cdot ((-5) + (+3)) = (+4)(-5) + (+4)(+3) \\ (+4) \cdot (-2) = (-20) + (+12) \\ (-8) = (-8)$$

División en números enteros (\mathbb{Z})

Clases de División

a. División exacta

La división exacta es una operación en la cual hallamos un factor llamado cociente (q) que nos indica el número de veces que otro factor no nulo denominado divisor(d) está contenido en otro al que llamamos dividendo (D).

$$D = d \cdot q$$

Ejemplo:

$$(-900) = (+2) \cdot (q) \\ (-900) = (+2) \cdot (-450)$$

Regla de signos en la División de números enteros

$(+) \div (+) = (+)$
$(-) \div (-) = (+)$
$(-) \div (+) = (-)$
$(+) \div (-) = (-)$

b. División inexacta

Si "d" no está contenido un número exacto de veces en "D", la división es inexacta; en tal caso aparece el residuo o resto "R".

$$\begin{array}{r} D \quad \overline{)d} \\ R \quad q \end{array} \Rightarrow \boxed{D = d \times q + R} \quad \begin{array}{l} \text{División} \\ \text{inexacta por} \\ \text{defecto} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} D \quad \overline{)d} \\ R_e \quad q_e \end{array} \Rightarrow \boxed{D = d \times q_e - R_e} \quad \begin{array}{l} \text{División} \\ \text{inexacta por} \\ \text{exceso} \end{array}$$

Se cumple:

1. $\boxed{q_e = q + 1}$

2. $\boxed{R + R_e = d}$

Potenciación en números enteros (\mathbb{Z})

Es una operación en la que dada una base entera (a) y un exponente natural (n) hallamos la potencia (P).

$$\boxed{a^n = P}$$

El exponente indica las veces que se repite la base.

$$\boxed{a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{\text{"n" veces}}}$$

Signos de potenciación en \mathbb{Z}

$$\boxed{(+a)^{\text{par o impar}} = +P}$$

$$\boxed{(-a)^{\text{par}} = +P}$$

$$\boxed{(-a)^{\text{impar}} = -P}$$

Ejemplos:

- $(+3)^2 = +9$
- $(-2)^4 = +16$
- $(-3)^5 = -243$

Multiplicación de potencias de bases iguales

$$\boxed{a^m \times a^n = a^{m+n}} \quad \begin{array}{l} a \in \mathbb{Z} \\ m, n \in \mathbb{N} \end{array}$$

Ejemplo:

Efectuar: $(+2)^4 \cdot (+2)^3$

desarrollando $\underbrace{(+2)(+2)(+2)(+2) \cdot (+2)(+2)(+2)}_{7 \text{ veces}}$

$$(+2)^4 \cdot (+2)^3 = (+2)^7$$

Si las bases son iguales se escribe la misma base y se suman los exponentes.

División de potencias de bases enteras iguales

$$\boxed{\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}} \quad \begin{array}{l} a \neq 0 \in \mathbb{Z} \\ m, n \in \mathbb{N} \end{array}$$

Ejemplo:

Efectuar: $\frac{(-2)^4}{(-2)^2}$

Desarrollando: $\frac{(-2)(-2)\cancel{(-2)}\cancel{(-2)}}{\cancel{(-2)}\cancel{(-2)}} = (-2)^2 = +4$

Es decir: $\frac{(-2)^4}{(-2)^2} = (-2)^{4-2}$

Si las bases son iguales se escribe la misma base y se restan los exponentes.

Potencia de una multiplicación indicada en números enteros

$$\boxed{(a \times b)^n = a^n \times b^n} \quad \begin{array}{l} a, b \in \mathbb{Z} \\ n \in \mathbb{N} \end{array}$$

Ejemplo:

Efectuar: $((-2)(+4))^2$

Desarrollando las potencias: $(-2)(-2) \cdot (+4)(+4)$

Por exponente natural: $(-2)^2 \cdot (+4)^2$

Es decir: $[(-2) \cdot (+4)]^2 = (-2)^2 \cdot (+4)^2$

Potencia de una división indicada en números enteros

$$\boxed{(a \div b)^n = a^n \div b^n} \quad \begin{array}{l} a, b \in \mathbb{Z} \\ b \neq 0 \\ n \in \mathbb{N} \end{array}$$

Ejemplo:

$$\left[\frac{-12}{-3} \right]^2 = \frac{(-12)^2}{(-3)^2}$$

Potencia de potencia

$$\boxed{(a^n)^m = a^{n \cdot m}}$$

Ejemplo:

Efectuar: $\left[(-6)^3\right]^2$

Desarrollando: $(-6)^3 \cdot (-6)^3 = (-6)^6$

Radicación de números enteros (\mathbb{Z})

Es una operación inversa a la potenciación, dada una expresión como:

$$a^n = P$$

La radicación nos permite hallar "a" dados "P" y "n".

$$\sqrt[n]{P} = a$$

a : es la raíz; $a \in \mathbb{Z}$

P : es el radicando; $P \in \mathbb{Z}$

n : es el índice; $n \in \mathbb{Z}$

$\sqrt{\quad}$: es el operador radical

Ejemplos:

- $\sqrt{+1\,024} = +32$
- $\sqrt{+81} = +9$
- $\sqrt[3]{-8} = -2$

Observaciones

- El símbolo $\sqrt[n]{a}$ para $a > 0$ expresa un número entero positivo "r"; tal que $r^2 = a$.
- Si "n" es par y " $a < 0$ ", entonces $\sqrt[n]{a}$ no está definida en \mathbb{Z} .

Ejemplos:

- $\sqrt{+9} = +3$ porque $(+3)^2 = +9$
- $\sqrt{-25}$ no está definida en \mathbb{Z} porque no existe un número que elevado al cuadrado resulte: -25.

Raíz de una multiplicación indicada

$$\sqrt[n]{a \times b} = \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b}$$

Ejemplo:

$$\sqrt[3]{8 \times 27} = \sqrt[3]{8} \times \sqrt[3]{27} = 2 \times 3 = 6$$

Raíz de una división indicada

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

Ejemplo:

$$\sqrt[3]{\frac{64}{8}} = \frac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{4}{2} = 2$$

Raíz de una potencia

$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n]{a^m}$$

Ejemplo:

$$\sqrt[3]{64^5} = \sqrt[3]{4^3^5} = 4^5 = 1\,024$$

Modo de hallar la raíz cuadrada de un número entero

Veamos el procedimiento en un ejemplo:

* Extraer la raíz cuadrada de 12 345.

Resolución:

Separamos el número en grupos de dos cifras de derecha a izquierda; no importa si en la izquierda queda una cifra; para luego tantee la raíz cuadrada más cercana del primer grupo de la izquierda la que luego de elevar al cuadrado se resta de dicho primer grupo.

$$\begin{array}{r} \sqrt{\overbrace{12} \ \overbrace{34} \ \overbrace{5}} \quad \begin{array}{l} 1 \\ 1 \times 1 = 1 \\ 2 \square \times \square = \end{array} \\ \underline{1} \quad \downarrow \downarrow \\ - \ 2 \ 3 \end{array}$$

Se baja el siguiente grupo (23) al costado de la diferencia, separando la última cifra de este número quedando a la izquierda 2; a la vez duplicamos la primera raíz y escribimos este 2 al lado de un cuadradito. El número que debiéramos escribir en los dos cuadraditos lo tanteamos dividiendo 2 entre el doble de la raíz 2.

$$\begin{array}{r} 2 \div 2 = 1 \\ \sqrt{\overbrace{12} \ \overbrace{34} \ \overbrace{5}} \quad \begin{array}{l} 1 \\ 1 \times 1 = 1 \\ 2 \overline{1} \times \overline{1} = 21 \end{array} \\ \underline{1} \quad \downarrow \downarrow \downarrow \\ - \ 2 \ 3 \\ \underline{2 \ 1} \\ - \ 2 \ 4 \ 5 \end{array}$$

Restamos: $23 - 21$; quedando 2, bajando el siguiente grupo volviéndose a repetir el proceso.

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{12345} & 111 \\ \underline{1} & 1 \times 2 = 2 \\ -23 & 2 \boxed{1} \times \boxed{1} = 21 \\ \hline 21 & 11 \times 2 = 22 \\ -245 & 22 \boxed{1} \times \boxed{1} = 221 \\ \hline 221 & \\ -24 & \end{array}$$

La raíz cuadrada de 12345 es 111 sobrando 24:

Problemas para la clase

Nivel I

Adición

Efectuar las siguientes sumas:

1. $(+6) + (+3) + (+2)$
2. $(+4) + (+2) + (-2)$
3. $(+7) + (-4) + (-6)$
4. $(+10) + (+12) + (-11)$
5. $(+5) + (+4) + (-9)$
6. $(+9) + (-4) + (-6)$
7. $(+6) + (+10) + (-1)$
8. $(+8) + (-20) + (-8)$
9. $(+12) + (+14) + (-10)$
10. $(+24) + (+14) + (-15)$

Sustracción

Efectuar:

1. $(+8) - (-3)$
2. $(+14) - (+7)$
3. $(+12) - (-5)$
4. $(+15) - (-3)$
5. $(+21) - (+5)$
6. $(-18) - (+4)$

7. $(-19) - (-1)$
8. $(-42) - (+10)$
9. $(+120) - (-119)$
10. $(-1000) - (-1001)$

Multiplicación y División

Efectuar:

1. $(+9) \cdot (-6)$
2. $(+7) \cdot (+12)$
3. $(+3) \cdot (-2) \cdot (-1)$
4. $(+4) \cdot (-5) \cdot (+2)$
5. $(-3) \cdot (-3) \cdot (-3)$
6. $(+6) \div (+3)$
7. $(+15) \div (-5)$
8. $(-45) \div (+9)$
9. $(+250) \div (+50)$
10. $(-125) \div (-25)$

Potenciación y Radicación

Efectuar:

1. $(-2)^4$
2. $(-3)^4$
3. $(+7)^3$
4. $(-1)^{2003}$
5. $(+9)^2$
6. $\sqrt{+64}$
7. $\sqrt[3]{+64}$
8. $\sqrt[3]{-27}$
9. $\sqrt[5]{32}$
10. $\sqrt[3]{-343}$

Nivel II

Adición

Hallar los números enteros a colocar en los casilleros.

1. $\square + (-9) = (+2)$

- a) +10 b) -10 c) +11
d) -11 e) -9

2. $(+4) + (+5) + \square = (-4)$

- a) -10 b) -9 c) -13
d) +4 e) -16

3. $(+5) + \square + (-4) = +7$

- a) +6 b) +7 c) -6
d) -4 e) +3

4. $(+13) + (-8) + (+9) = \square$

- a) +10 b) +12 c) +14
d) -6 e) -9

5. $(-9) + (-8) + \square = +4$

- a) +20 b) +21 c) -17
d) -21 e) -20

Sustracción

Hallar los números enteros a colocar en los casilleros.

1. $(+7) - \square = (-6)$

- a) -13 b) +13 c) +10
d) -10 e) +6

2. $\square - (+14) = (+7)$

- a) +21 b) -20 c) +7
d) -21 e) -7

3. $(+20) - \square = (-10)$

- a) +30 b) -30 c) +20
d) -10 e) +10

4. $(+81) - (-27) = \square$

- a) +54 b) -54 c) -108
d) +108 e) +27

5. $(+7) - \square = (-9)$

- a) -10 b) -16 c) +16
d) +10 e) +15

Multiplicación y División

1. Calcular "a + b + c"

$$\underbrace{(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \dots (-3)}_{6 \text{ veces}} = \overline{abc}$$

- a) 12 b) 15 c) 18
d) 21 e) 24

2. Calcular "a - b + c"

$$(-1)(-2)(-3) \dots (-6) = \overline{abc}$$

- a) 5 b) 6 c) 7
d) 8 e) 9

3. Calcular "a - b - c"

$$(-3) \times (+5) \times (-7) \times (+9) = \overline{abc}$$

- a) 5 b) 4 c) 3
d) 2 e) 0

4. Calcular "a + b"

$$(+1\ 001) \div (-77) = -\overline{ab}$$

- a) 8 b) 9 c) 10
d) 11 e) 4

5. Calcular "a + b + c + d"

$$(-153\ 217) \div (-101) = \overline{abcd}$$

- a) 14 b) 13 c) 12
d) 11 e) 10

Potenciación y Radicación

1. Indicar el resultado de:

$$\dots\dots\dots^3$$

- a) -9 b) +8 c) -27
d) -8 e) +27

2. Completar el valor que falta en el casillero correspondiente.

$$(-3)^4 = \square$$

$$(-5)^3 = \square$$

$$(-2)^5 = \square$$

Dar como respuesta la suma de los resultados.

- a) +76 b) +228 c) -128
d) -238 e) -76

3. Indicar el resultado de:

$$\sqrt[4]{-5 + 27 - 9 + (-3)^3 + 15}$$

- a) +2 b) +1 c) -1
d) -2 e) 0

4. Indicar el valor que debe ir en los recuadros.

$$\sqrt[4]{+ 81} = \square$$

$$\sqrt[3]{- 64} = \square$$

$$\sqrt[100]{+ 1} = \square$$

Dar como respuesta la suma de los valores.

- a) +2 b) -2 c) -1
d) +1 e) 0

5. Indicar verdadero o falso según corresponda.

$$(-5)^2 = +25 \dots\dots\dots (\quad)$$

$$(-7)^3 = -343 \dots\dots\dots (\quad)$$

$$\sqrt{(-2)^4 + 20} = +6 \dots\dots\dots (\quad)$$

$$\sqrt[4]{+ 81} = +3 \dots\dots\dots (\quad)$$

- a) VFFV b) VVVV c) VFFF
d) FFFF e) VVFF

NIVEL III

1. Colocar el número entero a colocar en el casillero.

$$(-23) + (-25) + \square = (-4) + (+36)$$

- a) 72 b) 74 c) 76
d) 78 e) 80

2. Calcular "A + B + C"

$$A = (-3) \cdot (-5) \cdot (-2)$$

$$B = (-7) \cdot (-3 + 3) \cdot (-1\ 000)$$

$$C = \underbrace{(-2)(-2)\dots\dots(-2)}_{6 \text{ veces}}$$

- a) +64 b) -64 c) -34
d) +34 e) 30

3. Calcular "A x B x C"

$$A = (-4) + (-3) - (-4)$$

$$B = (+8) - (+1) + (+4 - 4)$$

$$C = (-3) \cdot (-2) \cdot (-1) \cdot (-2) \cdot (-3)$$

- a) +728 b) +736 c) -756
d) +756 e) +512

4. Calcular "A x B"

$$A = (-70) \div (-5)$$

$$B = (-2)(-3)(-4)(-1)$$

- a) 14 b) 24 c) 196
d) 336 e) 306

5. Indicar la suma de los recuadros en:

$$[(-2)^4 \cdot (-3)^{12} \cdot (+15)^3]^4 = (+2)^{\square} \cdot (-3)^{\square} \cdot (+15)^{\square}$$

- a) 76 b) 81 c) 82
d) 74 e) 77

6. Indicar el resultado de restar "A" de "B", si:

$$A = \sqrt[3]{- 37 + (-2)^6}$$

$$B = \sqrt[5]{+ 344 + (-7)^3}$$

- a) +1 b) +2 c) -26
d) -28 e) -2

7. Operar:

$$(-2)^2 + \sqrt[3]{(-2)^3 + 35} - ((-3)^2)^0$$

- a) +3 b) +4 c) +6
d) -7 e) +7

8. Completar los casilleros con números enteros para que la igualdad sea correcta.

$$\sqrt{196 \div 25} = \square \div \square$$

Dar como respuesta la suma de los valores encontrados.

- a) 20 b) 21 c) 18
d) 19 e) 22

9. Si: $a = -1$; $b = +2$; $C = -3$

calcular:

$$(a)^3 \cdot (b)^4 \cdot (c)^3$$

- a) + 423 b) - 432 c) + 432
d) - 422 e) + 422

10. Si: $a = -1$; $b = -8$; $c = +16$

calcular:

$$\sqrt[3]{ab} + \sqrt[4]{a^2c} + \sqrt[5]{a}$$

- a) -2 b) +3 c) +4
d) +5 e) -1



